



PREPARACION TERCERA PARTE PDT

EJE TEMÁTICO: ESTADISTICA

| Nombre Alumno(a) | Fecha | Curso |
|---|-------|-------|
| Unidad Temática: Representación de datos a través de tablas y gráficos | | |

La siguiente es una guía de Aprendizaje, relacionada al Eje Temático de Probabilidad y Estadística en ella se abordará:

Conceptos Estadísticos

- Medidas de tendencia Central.
- Medidas de tendencia central para datos agrupados.
- Cuartiles.
- Cálculo de probabilidades.

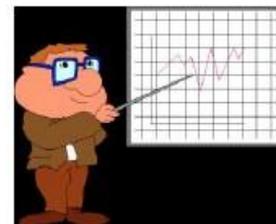


Estadística:

Es la **ciencia** que se encarga de recolectar, organizar, resumir y analizar datos para después obtener conclusiones. Se divide en **Estadística Descriptiva** y **Estadística Inferencial**

Medidas de Tendencia Central

Corresponden a valores que generalmente se ubican en la parte central de un conjunto de datos que nos ayudan a resumir la información en un sólo número.





| Media | Mediana | Moda |
|---|--|---|
| La media de una muestra se define como la suma de todos los valores observados en la muestra dividida por el número total de observaciones | La mediana es el valor central de todos nuestros datos, es decir, si ordenamos todos nuestros datos en forma creciente o decreciente, la mediana es aquel valor que deja sobre sí el 50% (la mitad) de los datos y bajo sí el otro 50% (la otra mitad de los datos) | La moda de una muestra es aquel valor de la variable que se presenta con mayor frecuencia, es decir, el que más se repite. |

Ejemplo N° 1

El profesor de la materia de filosofía desea conocer el promedio de las notas finales de 17 alumnos de la clase. Las notas de los alumnos son:

7.0, 2.8, 3.3, 4.2, 6.1, 5.8, 6.0, 5.0, 6.4, 4.0, 5.5, 6.5, 5.5, 4.8, 4.2, 2.0, 6.9

¿Cuál es la nota mediana y la moda de los alumnos de la clase?

| <i>Media</i> | <i>Moda</i> | <i>Mediana</i> |
|--------------|-------------|----------------|
| | | |

Tabla de distribución de frecuencias para datos agrupados

La **tabla de frecuencias** (o **distribución de frecuencias**) es una tabla que muestra la distribución de los datos mediante sus frecuencias. Se utiliza para variables cuantitativas o cualitativas ordinales.

La **tabla de frecuencias** es una herramienta que permite ordenar los datos de manera que se presentan **numéricamente** las características de la distribución de un conjunto de datos o muestra.



Ejemplo

En un centro comercial, se consultó la edad a todas las personas que entraban entre las 12:00 h y 12:30 h. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

| | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|
| 15 | 73 | 1 | 65 | 16 | 3 | 42 |
| 36 | 42 | 3 | 61 | 19 | 36 | 47 |
| 30 | 45 | 29 | 73 | 69 | 34 | 23 |
| 22 | 21 | 33 | 27 | 55 | 58 | 17 |
| 4 | 17 | 48 | 25 | 36 | 11 | 4 |
| 54 | 70 | 51 | 3 | 34 | 26 | 10 |

Para iniciar la construcción de una tabla de distribución de frecuencias es necesario determinar algunos elementos tales como: Rango (R) – Amplitud (a) – Número de clases o de intervalos (k)

| | |
|-------------------|-----------------|
| Máximo: 73 (máx.) | R = máx. – mín. |
| Mínimo : 1 (mín.) | R = 73 – 1 = 72 |

2) Número **intervalos (k)**: Corresponde a la cantidad de veces que se divide el rango, este número siempre es entero distinto de cero. Se denomina **Número de intervalo** o **Número de clase**

3) Determinar la **amplitud (a)**: La amplitud es el tamaño de cada clase o intervalo, y se determina como la razón entre el rango (R) y el número de clases o intervalo (k)

$a = \frac{R}{k}$, $k \neq 0$, En el caso del ejemplo que estamos desarrollando

$$a = \frac{72}{8} = 9$$

4) Construcción de las clases o intervalos

Se inicia con el valor **mínimo** de la variable, en nuestro ejemplo es: 1, que corresponde al valor inferior del primer intervalo, sumamos a este valor la amplitud de los intervalos, es decir: 9, obteniendo el valor **máximo** del intervalo, para el ejemplo.

| Intervalo (i) | Edades | Frecuencia Absoluta (fi) | Frecuencia Acumulada (Fi) | Frecuencia Relativa (hi) | Frecuencia Relativa Acumulada (Hi) |
|---------------|------------|--------------------------|---------------------------|--------------------------|------------------------------------|
| 1 | 1 - 10 | 7 | 7 | 7 / 42= 0,17 | 7 / 42= 0,17 |
| 2 | 11 - 20 | 6 | 7+6= 13 | 6 / 42= 0,14 | 13 / 42= 0,31 |
| 3 | 21 - 30 | 8 | 13+8= 21 | 8 / 42= 0,19 | 21 / 42= 0,5 |
| 4 | 31 - 40 | 6 | 21+6= 27 | 6 / 42= 0,14 | 27 / 42= 0,64 |
| 5 | 41 - 50 | 5 | 27+5= 32 | 5 / 42= 0,12 | 32 / 42= 0,76 |
| 6 | 51 - 60 | 4 | 32+4= 36 | 4 / 42= 0,1 | 36 / 42= 0,86 |
| 7 | 61 - 70 | 4 | 36+4= 40 | 4 / 42= 0,1 | 40 / 42= 0,95 |
| 8 | 71 - 80 | 2 | 40+2= 42 | 2 / 42= 0,05 | 42 / 42= 1 |
| | Amplitud 9 | N: 42 | | hi= fi / N | Hi= Fi / N |



Media para datos agrupados

PROMEDIO: Se calcula sumando todos los productos de marca de clase con la frecuencia absoluta respectiva y su resultado dividirlo por el número total de datos, es decir

$$\bar{x} = \frac{\text{suma}(\text{marca de clase} \cdot \text{frecuencia absoluta})}{\text{total de datos}}$$

La marca de clase es el punto medio de cada intervalo.

Moda para datos agrupados

Pasos a seguir para calcular la Moda

Paso 1: Identificar cual es el intervalo en donde se encuentra la mayor frecuencia absoluta, a este intervalo le llamaremos **intervalo modal**.

Paso 2: Identificar las frecuencias absolutas del intervalo anterior y posterior al intervalo modal.

Paso 3: Obtener diferencia de la frecuencia del intervalo modal y la frecuencia de clase anterior d_1

Paso 4 : Obtener diferencia de la frecuencia del intervalo modal y la frecuencia de clase posterior d_2

Paso 5 : Obtener el tamaño de los intervalos (t : debe ser constante)

Paso 6: Obtener el Numero que representa el extremo inferior de la clase modal t

$$Mo = Li + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \cdot t$$

- ✓ Mo = Moda
- ✓ d_1 = Diferencias de la frecuencia del intervalo modal y la frecuencia de clase anterior
- ✓ d_2 = Diferencia de la frecuencia del intervalo modal y la frecuencia de clase posterior
- ✓ L_i = Extremo inferior del intervalo modal
- ✓ t = Amplitud de los intervalos

Mediana para datos agrupados

Es el valor que ocupa el lugar central de todos los datos cuando éstos están ordenados de menor a mayor. La mediana se representa por Me . La mediana se puede hallar sólo para variables cuantitativas.

$$Me = Li + \frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{f_i} \cdot t_i$$

L_i es el límite inferior de la clase donde se encuentra la mediana

$\frac{N}{2}$ es la semisuma de las frecuencias absolutas

F_{i-1} es la frecuencia absoluta del intervalo mediano

f_i es la frecuencia absoluta del intervalo mediano

t_i es la amplitud de los intervalos



Ahora veamos un ejemplo:

En la siguiente tabla se muestran las edades de un grupo de personas.

| Edad | Marca clase (X_j) | Frecuencia absoluta (f_j) | Frecuencia acumulada (F_j) |
|-----------|-----------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| [0 - 10) | | 3 | |
| [10 - 20) | | 6 | |
| [20 - 30) | | 7 | |
| [30 - 40) | | 12 | |
| [40 - 50) | | 3 | |

$$N = 31$$

Completamos la tabla de Frecuencia

| Edad | Marca clase (X_j) | Frecuencia absoluta (f_j) | Frecuencia acumulada (F_j) |
|-----------|-----------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| [0 - 10) | 5 | 3 | 3 |
| [10 - 20) | 15 | 6 | 9 |
| [20 - 30) | 25 | 7 | 16 |
| [30 - 40) | 35 | 12 | 28 |
| [40 - 50) | 45 | 3 | 31 |

$$N = 31$$

Primero calcularemos la media

$$\bar{x} = \frac{5 \times 3 + 15 \times 6 + 25 \times 7 + 35 \times 12 + 45 \times 3}{31} =$$

$$\bar{x} = \frac{15 + 90 + 175 + 420 + 135}{31} = \frac{835}{31} = 26,94$$

$$\bar{x} = 26,94$$



Lo primero que debemos hacer es identificar el intervalo modal.

| Edad | Marca clase (X_i) | Frecuencia absoluta (f_i) | Frecuencia acumulada (F_i) |
|---------|-----------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| [0-10) | 5 | 3 | 3 |
| [10-20) | 15 | 6 | 9 |
| [20-30) | 25 | 7 | 16 |
| [30-40) | 35 | 12 | 28 |
| [40-50) | 45 | 3 | 31 |

Intervalo modal:
mayor frecuencia absoluta

$N = 31$

Frecuencia del Intervalo anterior = 7

Frecuencia del Intervalo posterior = 3

$$d_1 = 12 - 7$$

$$d_2 = 12 - 3$$

$$L_i = 30$$

$$t = 10$$

$$Mo = 30 + \frac{12 - 7}{(12 - 7) + (12 - 3)} \cdot 10$$

$$Mo = 30 + 3,57$$

$$Mo = 33,6$$

Tercero calculamos mediana

Lo primero que debemos hacer para poder calcular la mediana es identificar la **clase mediana**. Para esto tenemos que buscar el intervalo en el que se encuentre. $N / 2$

en este caso $N / 2 = 31 / 2 \Rightarrow 15,5$

| Edad | Marca clase (X_i) | Frecuencia absoluta (f_i) | Frecuencia acumulada (F_i) |
|-----------|-----------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| [0 - 10) | 5 | 3 | 3 |
| [10 - 20) | 15 | 6 | 9 |
| [20 - 30) | 25 | 7 | 16 |
| [30 - 40) | 35 | 12 | 28 |
| [40 - 50) | 45 | 3 | 31 |

$\frac{N}{2} = 15,5$

$N = 31$

$$l_i = 20$$

$$\frac{N}{2} = 15,5$$

$$F_{i-1} = 9$$

$$f_i = 7$$

$$t_i = 30 - 20 = 10$$

$$Me = 20 + \frac{15,5 - 9}{7} \cdot 10$$

$$Me = 20 + 9,285$$

$$Me = 29,285$$



Actividades

Ítem I: Desarrollo

Resuelve los siguientes ejercicios y evidencia tu trabajo

1. La siguiente tabla muestra las notas que se sacaron 45 alumnos de un segundo medio en la última prueba de matemática

| Nota | N° de alumnos |
|------|---------------|
| 1 | 2 |
| 2 | 4 |
| 3 | 7 |
| 4 | 10 |
| 5 | 15 |
| 6 | 5 |
| 7 | 2 |

- a) Construye una tabla de frecuencias para datos no agrupados que incluya: Frecuencia absoluta, frecuencia acumulada, frecuencia relativa y frecuencia relativa porcentual.
- b) ¿Qué porcentaje de alumnos reprobó la última prueba?
2. Clasificar cada una de las siguientes variables en cuantitativa o cualitativa
- a) Número de personas que integran un grupo familiar en una comuna de Santiago
- b) Sueldo de los empleados de una empresa
- c) Color de ojos de los alumnos de un curso
- d) Nivel de educación de los integrantes de un grupo familiar
3. Indicar cuales de las siguientes variables son discretas o cuales continuas
- a) Temperaturas medidas en Santiago
- b) Ingresos de los ejecutivos de un banco
- c) Número de estudiantes en una sala de clases
- d) Longitudes de 100 clavos producidos en una empresa



4. Consideremos los siguientes datos, expresados en metros, correspondientes a las estaturas de ochenta estudiantes de cuarto medio.

| | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1,62 | 1,72 | 1,81 | 1,72 | 1,70 | 1,83 | 1,80 | 1,88 | 1,68 | 1,75 |
| 1,80 | 1,86 | 1,70 | 1,84 | 1,82 | 1,83 | 1,81 | 1,77 | 1,73 | 1,75 |
| 1,73 | 1,77 | 1,62 | 1,83 | 1,80 | 1,72 | 1,71 | 1,85 | 1,80 | 1,69 |
| 1,82 | 1,69 | 1,75 | 1,81 | 1,64 | 1,76 | 1,70 | 1,80 | 1,75 | 1,84 |
| 1,81 | 1,80 | 1,72 | 1,80 | 1,72 | 1,88 | 1,75 | 1,79 | 1,82 | 1,79 |
| 1,72 | 1,67 | 1,70 | 1,75 | 1,72 | 1,77 | 1,72 | 1,73 | 1,83 | 1,76 |
| 1,83 | 1,77 | 1,72 | 1,77 | 1,75 | 1,84 | 1,83 | 1,79 | 1,82 | 1,76 |
| 1,71 | 1,76 | 1,74 | 1,88 | 1,64 | 1,80 | 1,72 | 1,75 | 1,79 | 1,77 |

- a) Construye una tabla de frecuencias para datos agrupados en 6 intervalos
b) ¿Cuál es el rango?
5. En un jardín infantil, las edades de los niños se han representado en la siguiente tabla. Observa y luego responde

| Edad(años) | Número de niños |
|-------------|-----------------|
| 1 | 6 |
| 2 | 8 |
| 3 | 9 |
| 4 | 4 |

- a) ¿Cuántos niños mayores de tres años hay en el jardín?
b) ¿Qué porcentaje de niños tiene un año de edad?
c) ¿Cuántos niños tienen 2 años o menos?
d) ¿Cuántos niños tiene más de un año?
e) ¿Qué porcentaje de niños tiene más de 2 años?
6. En cada caso, calcular la media aritmética, mediana y la moda de los valores dados:
- a) 3; 12; 4; 6; 8; 5; 4
b) 7; 21; 2; 17; 3; 13; 7; 4; 7; 9
c) 12; 1; 10; 1; 9; 3; 4; 9; 7; 9



Ítem II: Ejercicios Tipo PAT

Aplica las medidas de tendencia central y el rango para resolver situaciones problemáticas

1. Si las notas de Daniel en una asignatura son: 3, 4, 6, 3, 5, 5, 6, 3, 4 y de estas notas se cambia un 6 por un 7, ¿cuál(es) de las siguientes medidas de tendencia central cambia(n)?

I) La moda II) La mediana III) La media aritmética (o promedio)

Las alternativas para responder son:

- A) Solo II
- B) Solo III
- C) Solo I y II
- D) Solo II y III

2. Si se suman las edades de 8 personas y ese resultado se divide por 8, ¿qué se obtiene?

- A) Mediana
- B) Media Aritmética
- C) Moda
- D) Desviación estándar

3. El promedio del peso de 5 hombres es de 76 kg. ¿Cuánto pesa el quinto si la suma de los 4 primeros es 302? A) 78

- B) 68
- C) 62
- D) 58

4. Las fichas del peso de 10 niños, marcan en promedio 20 kg. En la oficina de control se pierde una ficha y se sabe que el promedio del resto es 19 kg, ¿cuál es el peso del niño al que le perdieron la ficha?

- A) 39 kg
- B) 29 kg
- C) 21 kg
- D) 20 kg

5. La tabla adjunta muestra las edades de 220 alumnos de un colegio. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s) ?

- I) La moda es 17 años.
- II) La mediana es mayor que la media (promedio).
- III) La mitad de los alumnos del colegio tiene 17 o 18 años.

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo II y III

| Edad (en años) | Alumnos |
|----------------|---------|
| 15 | 50 |
| 16 | 40 |
| 17 | 60 |
| 18 | 50 |
| 19 | 20 |



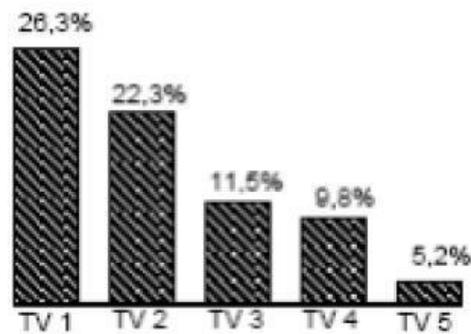
6. En los datos 4, 3, 3, 2, 5, 5, 2, 1, 4 la moda no puede ser

- A) 2
- B) 3
- C) 5
- D) 4

7. El gráfico de la figura apareció en un periódico de una ciudad. En él se indica la preferencia por el noticiero central de cinco canales de televisión, según una muestra aleatoria, en un año determinado. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) De acuerdo a la muestra el noticiero central con menor probabilidad de ser visto es TV5.
- II) El gráfico muestra exactamente la realidad de las preferencias de los noticieros centrales de esta ciudad.
- III) Aproximadamente, un cuarto de la muestra no ve los noticieros centrales de estos cinco canales.

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo I y III
- E) I, II y III



8. Hallar la mediana de los valores 5, 8, 13, 8, 6, 8, 10, 12, 8.

- A) 5
- B) 6
- C) 8
- D) Ninguna de las anteriores

9. Para un trabajo determinado, una empresa contrata 80 operarios, 60 de ellos ganarán \$ 50.000 semanal y los 20 restantes \$ 70.000 a la semana. ¿Cuál es el sueldo medio de los operarios en una semana?

- A) \$ 50.000
- B) \$ 55.000
- C) \$ 60.000
- D) \$ 62.857

10. En la serie de números 2, 4, 4, 5, 5, 5, 17, el valor de la moda es(son)

- A) 2 y 17
- B) Sólo 4
- C) Sólo 5
- D) 4 y 5



11. ¿Cuál es el valor de la media en la tabla de notas siguiente, correspondiente a 10 alumnos?

- A) 7, 10
- B) 3, 10
- C) 3, 50
- D) 5

| Notas | Frecuencias |
|-------|-------------|
| 1 - 3 | 1 |
| 3 - 5 | 3 |
| 5 - 7 | 6 |

12. Queremos construir un gráfico circular con la cantidad de veces que ha salido cada vocal en la página de un libro. ¿Cuántos grados le corresponden a la letra "a" en el gráfico?

- A) 10º
- B) 12º
- C) 60º
- D) 120º

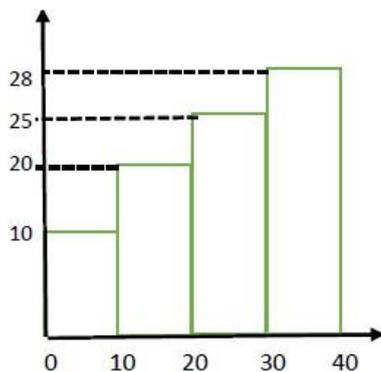
| Vocales | Frecuencia |
|---------|------------|
| a | 10 |
| e | 13 |
| i | 4 |
| o | 2 |
| u | 1 |

13. En una tabla de frecuencias el intervalo $[40,20[$, tiene frecuencia 60, la marca de clase es

- A) 20
- B) 29,5
- C) 30
- D) 40

14. En el gráfico de la figura adjunta se muestra la frecuencia acumulada de las alturas, en metros, de los edificios construidos en último año en una determinada comuna, donde los intervalos son de la forma $[a, b[$ y el último de la forma $[c, d]$. A partir de la información presentada en el gráfico se construye la siguiente tabla de frecuencia. (Ejercicio filtrado PSU 2019)

Frecuencia Acumulada



| Altura en metros | Frecuencia |
|------------------|------------|
| $[0, 10[$ | R |
| $[10, 20[$ | S |
| $[20, 30[$ | T |
| $[30, 40]$ | Q |

¿Cuáles son los valores de R, S, T y Q?

- A) R=5; S=15; T=25; Q=35
- B) R=10; S=20; T=30; Q=40
- C) R=10; S=30; T=55; Q=83
- D) R=10; S=10; T=5; Q=3



15. La figura adjunta muestra la estatura, en metros, de un menor de edad durante 6 años.
¿Cuál de las siguientes afirmaciones se puede deducir, a partir del gráfico? (ejercicio publicado por el demre proceso de admisión 2021)

- A) Este menor de edad tendrá una estatura máxima de 1,6 metros cuando sea adulto
- B) Entre el 2004 y el 2005 el menor de edad creció 1,4 metros
- C) En el periodo 2003 – 2005 el menor de edad creció un 50% de lo que creció en el periodo 2002 – 2008.
- D) El aumento de la estatura del menor de edad es constante durante el periodo 2002- 2008



16. En los ensayos de matemática que he rendido, mis puntajes han sido 600; 640; 620; 620 y 660. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

- I) La moda es 620 II) La media es 620 III) La mediana es 620
- A) Sólo I
 - B) Sólo II
 - C) Sólo III
 - D) Sólo I y II

17. La media aritmética de tres números es 7. Si se incluyen los números 4 y 5, ¿cuál es el promedio de los cinco números?

- A) 6
- B) 4
- C) 5
- D) 7

18. En el siguiente conjunto de datos: 1; 1; 3; 1; 1; 2; 1; 4; 3 y 2, al sumar la mediana y la moda se obtiene

- A) 2
- B) 3
- C) 2,5
- D) 3,5