Función cuadrática

Liceo Javiera Carrera
Departamento de Matemática
Asignatura - Matemática
Matemática Común IV Medio B - C

DEFINICIÓN

- Se llama función cuadrática a una función polinómica real de variable real, que tiene grado dos. La función cuadrática tiene la forma :

$$\boxed{\begin{array}{l} y = f(x) = ax^2 + bx + c \\ a \neq 0 \end{array}}$$

- El dominio de toda función cuadrática es el conjunto de los números reales, es decir

$$D\colon f = \mathbb{R}$$

- El dominio de esta función es el conjunto de los números reales y su grafico es siempre una parábola

Recordatorio

- ***Ecuación Cuadrática***

$$ax^2 + bx + c = 0$$

- ***Función Cuadrática***

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$a, b, c \in \mathbb{R}$$

$$a \neq 0$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Donde a, b y c son los **coeficientes** de la función

Coeficiente a

Indica la concavidad de la parábola

$a > 0$

Cóncava hacia
Abajo

$a < 0$

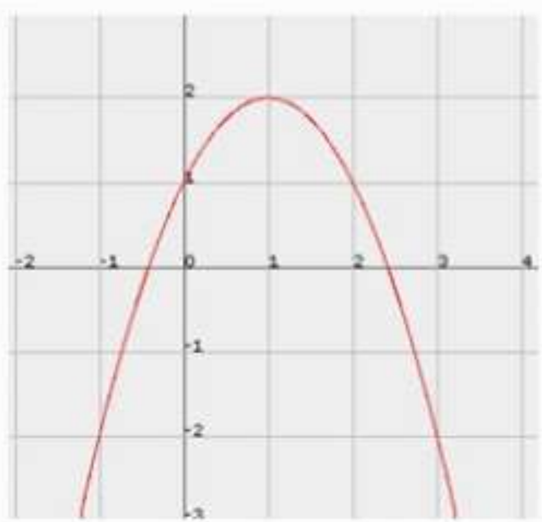
Cóncava hacia
arriba

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

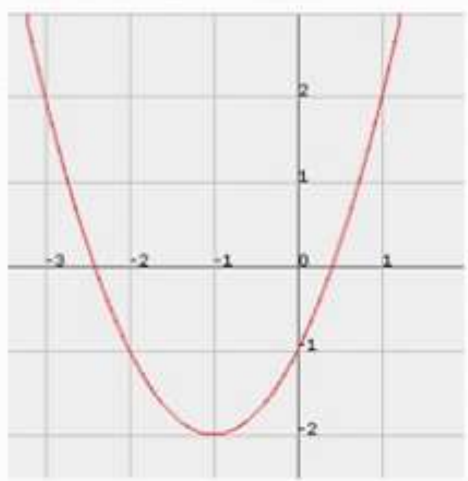
- Parámetro C

Indica el punto de intersección con el eje y, es decir:

$f(x) = -x^2 + 2x + 1$



$f(x) = x^2 + 2x - 1$



Análisis del Discriminante

- Dada función $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

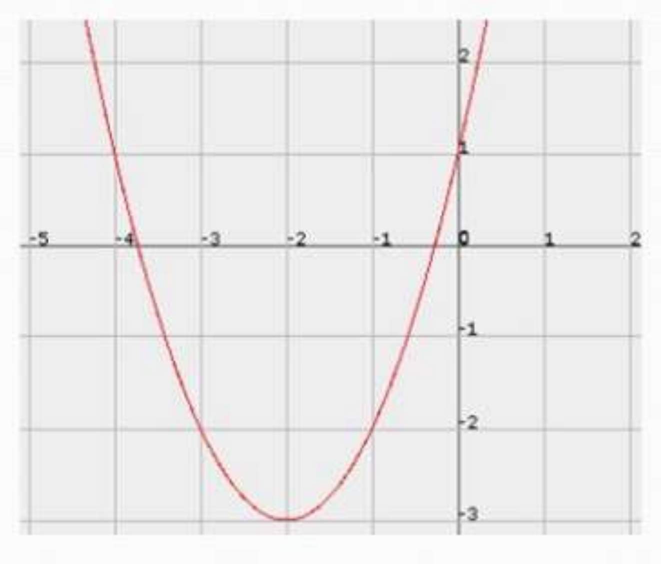
- La formula del discrimínate esta dada por

$$\triangle : b^2 - 4ac$$

$\Delta > 0$

- Indica que nuestra ecuación o función tiene dos soluciones reales y distintas, es decir, corta dos veces al eje x
- Ejemplo $f(x) = x^2 + 4x + 1$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$



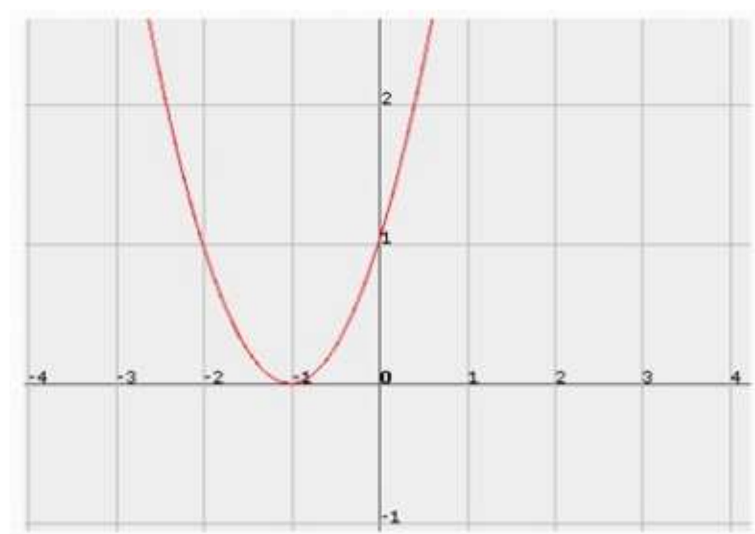
$$\Delta = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1$$

$$\Delta = 16 - 4$$

$$\Delta = 12$$

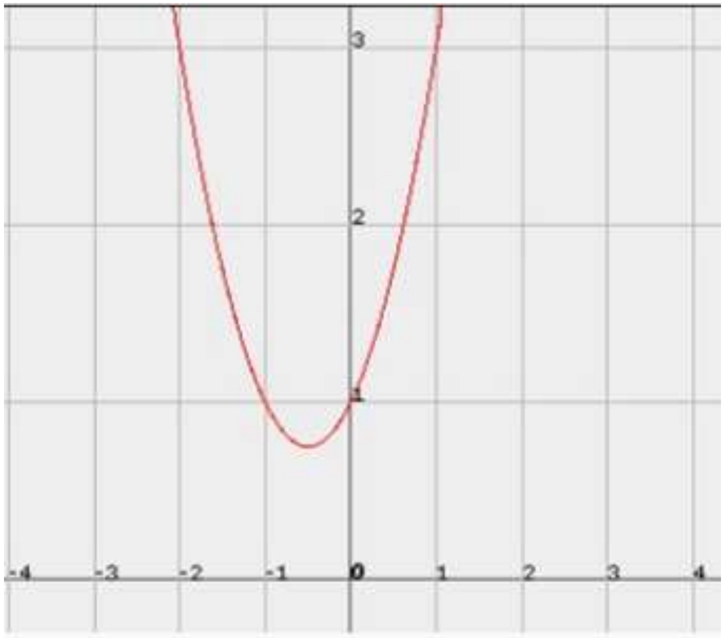
$\Delta = 0$

- Indica que nuestra ecuación o función tiene una solución real, es decir, corta una sola vez al eje x
- Ejemplo $f(x) = x^2 + 2x + 1$



$\Delta < 0$

- Indica que nuestra ecuación o función no tiene solución real , es decir, no corta al eje x
- Ejemplo $f(x) = x^2 + x + 1$



$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

- Vértice de una Parábola

Corresponde al punto **máximo** (∩) o **mínimo** (∪) de la grafica de la función cuadrática (parábola).

Viene dada por

$$V = \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$$

$$V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$$

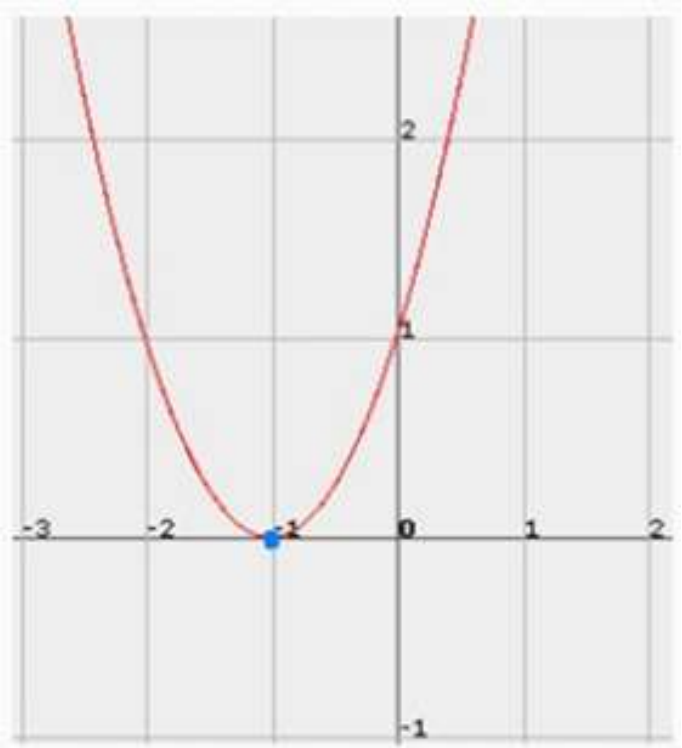
Ejemplo Vértice Función Cuadrática

- Dada función $f(x) = x^2 + 2x + 1$

$$V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$$

- $V = \left(\frac{-2}{2}, \frac{0}{4}\right)$

- $V = (-1, 0)$



$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1$

$\Delta = 4 - 4 \qquad \Delta = 0$

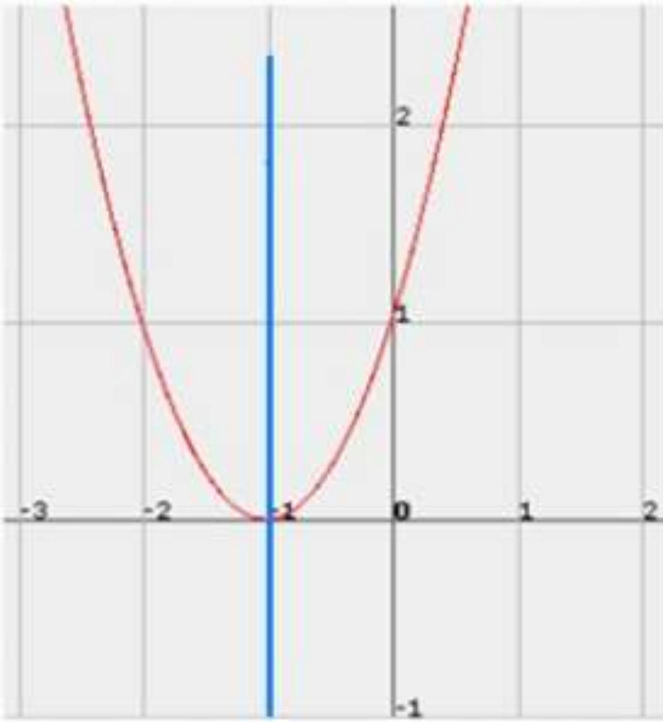
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

- Eje de Simetría
- Es aquel eje que divide en dos partes iguales a una parábola pasando por el vértice de esta.

- Eje de Simetría: $x = \left(\frac{-b}{2a}\right)$

Ejemplo de Eje de Simetría

- $f(x) = x^2 + 2x + 1$
- $x = \left(\frac{-b}{2a}\right)$
- $x = \left(\frac{-2}{2}\right)$
- $x = -1$



EJEMPLO

Grafique $y = f(x) = x^2 - 2x - 3$

1. ***Concavidad***: $a = 1 > 0 \quad \therefore$ La parábola se abre hacia arriba.

2. ***Análisis de discriminante:*** $\Delta x = b^2 - 4ac$

$a = 1; b = -2; c = -3 \qquad \Delta x = 16 > 0$

$\therefore$ La parábola corta en dos puntos al eje x

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$
$$(x-3)(x+1) = 0 \quad \therefore \quad x_1 = 3, \; x_2 = -1$$

Puntos de intersección de la parábola con el eje x

3. ***Máximo o mínimo:*** Si $a = 1 > 0 \quad \therefore$ La parábola se abre hacia arriba. Tiene valor mínimo.

4. ***Coordenadas del vértice:*** $V = \left(\dfrac{-b}{2a}, f\left(\dfrac{-b}{2a}\right)\right)$

$a = 1; b = -2; c = -3$

Reemplazando:

$$V = \left(\frac{-(-2)}{2\cdot 1}, f\left(\frac{-(-2)}{2\cdot 1}\right)\right) \Longrightarrow V = (1, f(1))$$

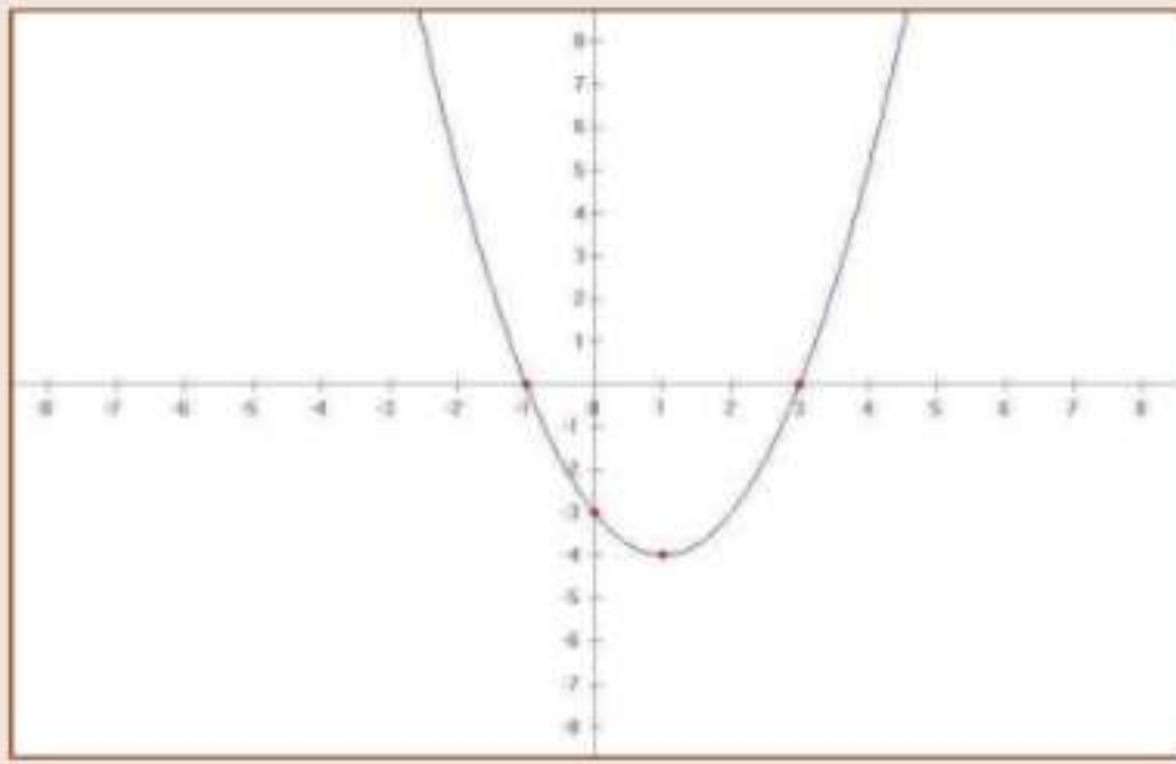
$$f(1) = 1^2 - 2\cdot 1 - 3 = -4 \quad \therefore \quad V = (1, -4)$$

5. ***Punto de intersección de la parábola con el eje y***

Si $x = 0$, en la función $y = f(x) = x^2 - 2x - 3$

$$f(0) = 0^2 - 2 \cdot 0 - 3$$
$$f(0) = -3$$
$$\therefore \quad \boxed{(0,-3)}$$

Gráficamente:



1) El vértice de la parábola $f(x) = x^2 - 8x + 5$ corresponde al par ordenado:

A) (4,11)
B) (4,-11)
C) (-8,5)
D) (-4,11)
E) (8,5)

2) La gráfica de la función $y = 3x^2 - 2x - 4$ **intersecta al eje Y en el punto:**

A) (0,–3)
B) (0, –4)
C) (0,3)
D) (0, –2)
E) (0 , 4)

3) Las coordenadas del punto en que la parábola asociada a la función $f(x) = 5x^2 - 7x + 9$, intersecta con el eje Y son:

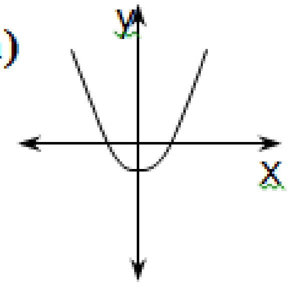
A) (-9 , 0)
B) (0 , -9)
C) (9 , 0)
D) (0 , 9)
E) no se puede determinar

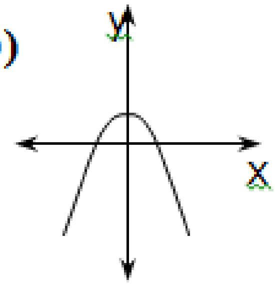
4) Con respecto a la función $f(x) = 3x^2 + 13x - 10$. ¿Cuál (es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera (s)?

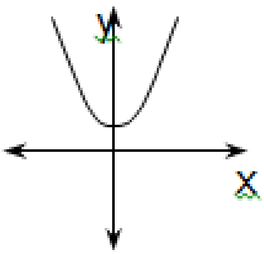
I. **Su concavidad está orientada hacia arriba**
II. **El punto de intersección con el eje y es (0,-10)**
III. $f(-2) = -24$

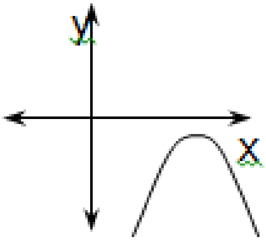
A) Sólo I
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) Todas ellas

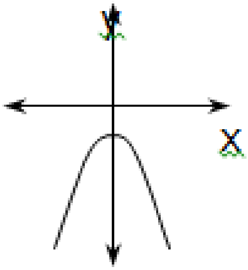
5) ¿Cuál de los siguientes gráficos representa mejor a la función $f(x) = -x^2 + 2$?

a) 

b) 

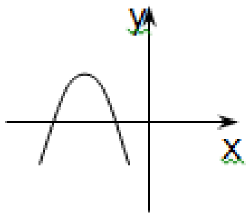
c) 

d) 

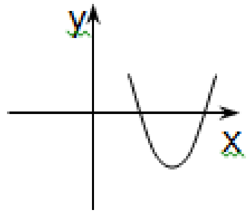
e) 

6) Si $a < 0$, $b > 0$ y $c < 0$, el gráfico de la parábola $y = ax^2 + bx + c$ queda Mejor representado por:

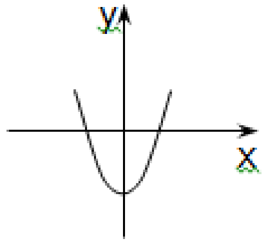
a)



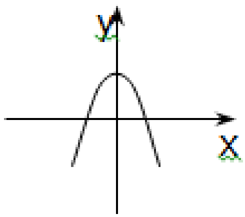
b)



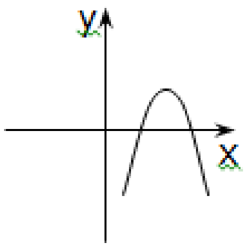
c)



d)



e)



7) La gráfica de la función $y = 3x^2 - 2x - 4$ **intersecta al eje Y en el punto:**

a) (0,–3)
b) (0, –4)
c) (0,3)
d) (0, –2)
e) (4 , 0)