# Función Inversa

**TERCEROS MEDIOS – LIMITE, DERIVADA E INTEGRAL**

Dpto. Matemática

Prof. Angel Oteiza Soto

Enviar desarrollo de ejercicio final al
mail aoteiza@liceojavieracarrera.cl

# Función Inversa $f^{-1}(x)$

- Para que exista Inversa, la función tiene que ser BIYECTIVA, es decir, INYECTIVA y EPIYECTIVA
- Observación:

$$f^{-1}(x) \neq [f(x)]^{-1}$$

$$[f(x)]^{-1} = \frac{1}{f(x)}$$

# Encontrando la función inversa $f^{-1}(x)$

1. Se trabaja con la función original $f(x)$, despejando la variable independiente($\underline{\mathrm{x}}$)
2. Luego despejada, se realiza un cambio de variable. A la despejada la llamamos $f^{-1}(x)$ y a la variable dependiente $\mathrm{y}$ la llamamos $\mathrm{x}$.
3. Luego le damos un valor cualquiera a $f^{-1}(x)$ ( $ejemplo$: $f^{-1}(2)$) y desarrollamos
4. Luego, el valor que encontramos, en el paso anterior, lo reeplazamos en la original $f(x)$. Y si el valor que encontramos en este paso, es igual al valor que dimos en el paso 3, entonces, la supuesta inversa cumple con ser la la función INVERSA $f^{-1}(x)$

# Ejemplo: Encontrar la inversa de

$$f(x) = 3x + 5$$

Solución :

1. Despejamos la variable $x$

$$y = 3x + 5$$
$$y - 5 = 3x$$
$$\frac{y - 5}{3} = x$$

2. Cambio de Variable:

$$f^{-1}(x) = \frac{x - 5}{3} \quad (supuesta\ inversa)$$

3. Damos cualquier valor a $x$ en la supeusta inversa:

Sea $x = 8$

$$f^{-1}(8) = \frac{8-5}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

4. Luego el valor encontrado $f^{-1}(8) = 1$, lo reemplazamos en la función original

$$f(x) = 3x + 5$$
$$f(1) = 3 \cdot 1 + 5 = 3 + 5 = 8$$

Nos dio el mismo valor que reeplazamos, por lo tanto si existe la función inversa $f^{-1}(x)$ de $f(x)$.

$f(x) = 3x + 5$ y su inversa es $f^{-1}(x) = \frac{x-5}{3}$

# Otra forma

- La otra forma de verificar que una función es inversa de otra, es por el siguiente teorema de composisción de funciones:

$$(fof^{-1})(x) = x$$

Ejemplo: Verificar que $f(x) = 2x + 10\ \ y\ h(x) = \frac{x-10}{2}$, $h(x)\ es\ inversa\ de\ f(x)$.

Solución:

$$(foh)(x) = f\left(\frac{x-10}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{x-10}{2}\right) + 10 = x - 10 + 10 = x$$

$$(foh)(x) = x$$

Luego se cumple el teorema, por lo tanto $h(x)\ es\ la\ inversa\ de\ f(x)$, es decir $h(x)$ es $f^{-1}(x)$

<u>Actividad:</u> Desarrollar la siguiente  los siguientes ejercicios y luego enviar el desarrollo al correo aoteiza@liceojavieracarrera.cl

1. Encontrar la función inversa de :

*a)* $f(x) = x^2 + 1$

*b)* $f(x) = 7x - 5$

2. Por el teorema de composición de funciones verificar que
$\mathrm{g}(x) = x^2$ es la función $inversa\ de\ f(x) = \sqrt{x} + 1$

3. Sea $f(x) = 2x + 5$  y  $\mathrm{h}(x) = x^2 + 2x - 1,$ graficar cada una de ellas y encontrar:

a) $(foh)(x) =$

*b)* $(hof)(x) =$