IVº MEDIO - DESIGUALDADES

PROFESORA CAROLINA SALORT H.
LICEO JAVIERA CARRERA

Aprendizaje Esperado Nº2

Resolver problemas **utilizando inecuaciones lineales o sistemas de inecuaciones lineales.**

Objetivo de Presentación

Conocer y utilizar las propiedades de las desigualdades

DESIGUALDADES

Definición

Una desigualdad es una comparación entre "a" y "b" tal que:

$a > b$ Se lee "a" mayor que "b", cuando la diferencia $a - b$ es positiva

$a < b$ Se lee "a" menor que "b", cuando la diferencia $a - b$ es negativa.

La simbología utilizada es:

- $<$ Menor que
- $>$ Mayor que
- $\leq$ Menor o igual que
- $\geq$ Mayor o igual que

PROPIEDADES

Transitividad

Si a, b y c son números reales y se cumple que $a < b$ y $b < c$.

El sentido de una desigualdad no cambia si se suma o se resta un mismo numero real a ambos lados de la desigualdad. Es decir:

- Si $\boldsymbol{a} < \boldsymbol{b}$, y $\boldsymbol{c} \in \mathbb{R}$, entonces, $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c} < \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$
- Si $\boldsymbol{a} < \boldsymbol{b}$, y $\boldsymbol{c} \in \mathbb{R}$, entonces, $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{c} < \boldsymbol{b} - \boldsymbol{c}$

EJEMPLOS DE TRANSITIVIDAD

Ejemplo Nº 1

$3 < 7$ — Sumamos 5 a cada lado de la desigualdad.

$3 + 5 \ ? \ 7 + 5$ — Calculamos las sumas y verificamos el signo de la desigualdad.

$8 < 12$

Ejemplo Nº 2

$3 < 7$ — Restamos 6 a cada lado de la desigualdad.

$3 - 6 \ ? \ 7 - 6$ — Calculamos las restas y verificamos el signo de la desigualdad.

$-3 < 1$

SENTIDO DE LA DESIGUALDAD

1. El sentido de una desigualdad **NO CAMBIA** si se multiplica o divide un mismo **numero real positivo a ambos lados de la desigualdad**. Es decir :

- Si $a < b$, y $c \in \mathbb{R}^{+}$, entonces $ac < bc$
- Si $a < b$, y $c \in \mathbb{R}^{+}$, entonces $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

EJEMPLO

Ejemplo de multiplicación

$4 < 6$ — Multiplicamos por 5.

$4 \cdot 5 \, ? \, 6 \cdot 5$ — Calculamos los productos y verificamos el signo de la desigualdad.

$20 < 30$

Ejemplo de división

$36 > 24$ — Dividimos por 12.

$\frac{36}{12} \, ? \, \frac{24}{12}$ — Calculamos los cocientes y verificamos el signo de la desigualdad.

$3 > 2$

SENTIDO DE LA DESIGUALDAD

2. El sentido de una desigualdad CAMBIA si se multiplica o divide un mismo **numero real negativo a ambos lados de la desigualdad**. Es decir :

- Si $a < b$, y $c \in \mathbb{R}^{-}$, entonces $ac > bc$
- Si $a < b$, y $c \in \mathbb{R}^{-}$, entonces $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

EJEMPLO

Ejemplo de multiplicación

$2 < 4$ → Multiplicamos por –3.

$2 \cdot (-3) \ ? \ 4 \cdot (-3)$ → Calculamos los productos y verificamos el signo de la desigualdad.

$-6 > -12$

Ejemplo de división

$-20 < 28$ → Dividimos por –4.

$\frac{-20}{-4} \ ? \ \frac{28}{-4}$ → Calculamos los cocientes y verificamos el signo de la desigualdad.

$5 > -7$

POTENCIAS DE DESIGUALDAD

- Si los dos miembros de una desigualdad son **positivos** y se **elevan a la misma potencia,** la desigualdad **no** cambia de sentido**.**

Ejemplo:

$7 < 10$ (Elevando al cubo cada miembro)

$7^3 < 10^3$

$343 < 1.000$

- Si los dos miembros de una desigualdad son **negativos** y se **elevan a una potencia de grado impar, no** cambia el sentido de la desigualdad; sin embargo**, si** el grado de la desigualdad **es par , cambia el sentido .**

Ejemplos:

a) $-3 > -6 \quad /(\ )^3$

$(-3)^3 > (-6)^3$

$-27 > -216$

b) $-8 < -4 \quad /(\ )^2$

$(-8)^2 > (-4)^2$

$64 > 16$

POTENCIAS DE DESIGUALDAD

Si ambos miembros de una desigualdad son positivos o negativos, y **se invierten,** es decir, se **elevan a -1**, la desigualdad **cambia de sentido.**

Ejemplos:

$$-5 < -2 \quad /(\ )^{-1}$$

$$(-5)^{-1} > (-2)^{-1}$$

$$\frac{-1}{5} > \frac{-1}{2}$$

$$\frac{3}{7} < \frac{6}{5} \quad /(\ )^{-1}$$

$$\left(\frac{3}{7}\right)^{-1} > \left(\frac{6}{5}\right)^{-1}$$

$$\frac{7}{3} > \frac{5}{6}$$

ACTIVIDAD Nº1

Guíate por ejemplo y determina si las desigualdades son verdaderas o falsas.

Ejemplo

$$2 \cdot 7 > (2 + 1) \cdot (7 - 1)$$

$$14 \quad ? \quad 3 \cdot 6$$

$$14 \quad < \quad 18$$

Falsa

a) $3^2 > 2^3$

b) $4^2 > 4 \cdot 3$

c) $(10 + 4)(10 - 4) \leq 10^2 - 4^2$

d) $(5 + 6)^2 > 5^2 + 6^2$

e) $\sqrt[3]{18} < \sqrt{10}$

ACTIVIDAD Nº1- SOLUCIÓN

$\mathbf{2 \cdot 7 > (2+1) \cdot (7-1)}$ $\mathbf{14 \ ? \ 3 \cdot 6}$ $\mathbf{14 < 18}$ Falsa	$\mathbf{3^2 > 2^3}$ $\mathbf{9 > 8}$ Verdadera	$\mathbf{4^2 > 4 \cdot 3}$ $\mathbf{16 > 12}$ Verdadera

$$\mathbf{(10+4)(10-4) \leq 10^2 - 4^2}$$
$$14 \cdot 6 \ ? \ 100 - 16$$
$$84 = 84$$
Verdadera

$$\mathbf{(5+6)^2 > 5^2 + 6^2}$$
$$11^2 \quad ? \quad 25 + 36$$
$$121 > 61$$

Verdadera

EJERCICIO DE DESAFÍO

- **Sea a un numero comprendido entre 0 y 1, es decir**

$$\mathbf{0 < a < 1.}$$

¿ Entre que valores se encuentra la expresión $1 - a$?

DESARROLLO

Partimos con la condición inicial

$0 < a < 1$ Multiplicamos por -1, por lo que las desigualdades se invierten.

$0 > -a > -1$ Sumamos 1.

$1 > 1 - a > 0$

Si reescribimos la desigualdad en el otro orden, tenemos $0 < 1 - a < 1$. Luego, si a es un numero positivo menor que 1, entonces la expresión $1 - a$ se encuentra entre 0 y 1.

EJERCICIO

Si un numero varia entre -6 y 8, ¿ entre que valores varia su opuesto, disminuido en 9?

$$-6 < x < 8$$

DESARROLLO

Si un numero varia entre -6 y 8, ¿ Entre que valores varia su opuesto, disminuido en 9?

$$-6 < x < 8$$

$$-6\,(-1) \quad ? \quad x(-1) \quad ? \quad 8(-1) \qquad mult\ \ por\ (-1)$$

$$6 \quad > \quad -x \quad > \quad -8$$

$$6 - 9 \quad > \quad -x - 9 \quad > \quad -8 - 9 \qquad restamos\ 9$$

$$-3 \quad > \quad -x - 9 \quad > \quad -17$$

TAREA

Si un numero encuentra entre $10\ y\ 20$, ¿ entre que valores se hallara el cuádruple de tal numero, disminuido en 6?

EL CAMINO

AL ÉXITO

es

LA ACTITUD