



II° MEDIO – RAÍCES ENÉSIMAS

PROFESORA CAROLINA SALORT H.
LICEO JAVIERA CARRERA



NÚMEROS REALES – RAÍCES ENÉSIMAS

Objetivo de Presentación

Utilizar la descomposición de raíces cuadradas y sus propiedades, y así operar con números racionales e irracionales.



RECORDANDO LO QUE SE

$3 \cdot 3 = 3^2 = 9 \rightarrow 3$ elevado a **2** es igual a **9** $\rightarrow 3$ es la raíz **cuadrada** de **9** $\rightarrow \sqrt{9} = 3$

$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8 \rightarrow 2$ elevado a **3** es igual a **8** $\rightarrow 2$ es la raíz **cubica** de **8** $\rightarrow \sqrt[3]{8} = 2$

$x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = x^5 = -19 \rightarrow x$ elevado a **5** es igual a **-19** $\rightarrow x$ es la raíz **quinta** de **-19** $\rightarrow \sqrt[5]{-19} = x$



ACTIVIDAD N°1

Calculen las siguientes raíces y justifiquen según el ejemplo :

$$\sqrt[4]{81} = 3, \text{ porque } 3^4 = 81 \quad 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$$

a. $\sqrt[3]{125}$

b. $\sqrt[4]{16}$

c. $\sqrt[5]{-32}$

d. $\sqrt[6]{729}$



DESARROLLO ACTIVIDAD N°1

a. $\sqrt[3]{125} = 5$ porque $5^3 = 125$ $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$

b. $\sqrt[4]{16} = 2$ porque $2^4 = 16$ $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

c. $\sqrt[5]{-32} = -2$ porque $(-2)^5 = -32$ $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$

d. $\sqrt[6]{729} = 3$ porque $3^6 = 729$ $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 729$



DESCOMPOSICIÓN DE RAÍCES

A continuación se muestra como descomponer raíces cuadradas de números naturales

Número natural 12

$$\begin{aligned} & \sqrt{12} \\ & \sqrt{4 \cdot 3} \\ & \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} \\ & 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{4} = 2, \text{ porque } 2^2 = 4$$

$$\sqrt{9} = 3, \text{ porque } 3^2 = 9$$

$$\sqrt{16} = 4, \text{ porque } 4^2 = 16$$

$$\sqrt{25} = 5, \text{ porque } 5^2 = 25$$

$$\sqrt{36} = 6, \text{ porque } 6^2 = 36$$

$$\sqrt{49} = 7, \text{ porque } 7^2 = 49$$

$$\sqrt{64} = 8, \text{ porque } 8^2 = 64$$

$$\sqrt{81} = 9, \text{ porque } 9^2 = 81$$

$$\sqrt{100} = 10, \text{ porque } 10^2 = 100$$

$$\sqrt{121} = 11, \text{ porque } 11^2 = 121$$

$$\sqrt{144} = 12, \text{ porque } 12^2 = 144$$

$$\sqrt{169} = 13, \text{ porque } 13^2 = 169$$



ACTIVIDAD N°2

Sigan la estructura presentada en el esquema para descomponer las siguientes raíces cuadradas:

$$\begin{aligned} & \sqrt{12} \\ & \sqrt{4 \cdot 3} \\ & \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} \\ & 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

a. $\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2}$

b. $\sqrt{250} = \sqrt{25 \cdot 10}$

c. $\sqrt{100000} = \sqrt{10000 \cdot 10}$

d. $\sqrt{\frac{75}{16}} = \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{25 \cdot 3}}{4}$

$$\sqrt{4} = 2, \text{ porque } 2^2 = 4$$

$$\sqrt{9} = 3, \text{ porque } 3^2 = 9$$

$$\sqrt{16} = 4, \text{ porque } 4^2 = 16$$

$$\sqrt{25} = 5, \text{ porque } 5^2 = 25$$

$$\sqrt{36} = 6, \text{ porque } 6^2 = 36$$

$$\sqrt{49} = 7, \text{ porque } 7^2 = 49$$

$$\sqrt{64} = 8, \text{ porque } 8^2 = 64$$

$$\sqrt{81} = 9, \text{ porque } 9^2 = 81$$

$$\sqrt{100} = 10, \text{ porque } 10^2 = 100$$

$$\sqrt{121} = 11, \text{ porque } 11^2 = 121$$

$$\sqrt{144} = 12, \text{ porque } 12^2 = 144$$

$$\sqrt{169} = 13, \text{ porque } 13^2 = 169$$



DESARROLLO ACTIVIDAD N°2

$$\begin{aligned} & \sqrt{72} \\ & \sqrt{36 \cdot 2} \\ & \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} \\ & 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{250} \\ & \sqrt{25 \cdot 10} \\ & \sqrt{25} \cdot \sqrt{10} \\ & 5\sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\sqrt{250} = 5\sqrt{10}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{100000} \\ & \sqrt{10000 \cdot 10} \\ & \sqrt{10000} \cdot \sqrt{10} \\ & 100 \cdot \sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\sqrt{100000} = 100\sqrt{10}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{75}{16}} \\ & \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{16}} \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{25 \cdot 3}}{4}$$

$$\frac{5 \cdot \sqrt{3}}{4}$$



ANALIZA LOS SIGUIENTES EJERCICIOS RESUELTOS

1. Resuelve $3\sqrt{2} - 2\sqrt[3]{27} + 5\sqrt{4} - 2\sqrt{5} + 9\sqrt{5}$

Paso 1 $3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} - 2\sqrt[3]{27} + 5\sqrt{4} + 9\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$

Paso 2 $(3 - 4)\sqrt{2} - 2 \cdot 3 + 5 \cdot 2 + (9 - 2)\sqrt{5}$

Paso 3 $-\sqrt{2} - 6 + 10 + 7\sqrt{5}$

Paso 4 $-\sqrt{2} + 7\sqrt{5} + 4$

- ¿En que consiste el primer paso?
- ¿Qué propiedad se esta usando en el paso 2 ?
- En el Paso 3. ¿Cómo se obtiene -6 y 10 ?
- ¿Se puede seguir sumando en el paso 4?. ¿Por qué?

ANALIZA LOS SIGUIENTES EJERCICIOS RESUELTOS



2) Resuelve $\sqrt{28} - \sqrt{63} + \sqrt{112} - 17\sqrt{7}$

Paso 1 $\sqrt{4 \cdot 7} - \sqrt{9 \cdot 7} + \sqrt{16 \cdot 7} - 17\sqrt{7}$

Paso 2 $(\sqrt{4} \cdot \sqrt{7}) - (\sqrt{9} \cdot \sqrt{7}) + (\sqrt{16} \cdot \sqrt{7}) - 17\sqrt{7}$

Paso 3 $2\sqrt{7} - 3\sqrt{7} + 4\sqrt{7} - 17\sqrt{7}$

Paso 4 $(2 - 3 + 4 - 17)\sqrt{7}$

Paso 5 $-14\sqrt{7}$

- a) ¿Qué proceso se realizó en el paso 1?
- b) ¿Qué propiedad se aplicó en el paso 2?
- c) ¿Qué operación se realiza en los pasos 3 y 4?



ACTIVIDAD N°3

Aplica los pasos de los ejercicios anteriores para resolver las siguientes operaciones.

a. $12\sqrt{5} + 9\sqrt{3} - \sqrt[3]{64} - 15\sqrt{5} + 3\sqrt{3}$

b. $2\sqrt{27} - 4\sqrt{12} + 3\sqrt{48} - \sqrt{75}$



DESARROLLO ACTIVIDAD N°3 - EJERCICIO 1

$$12\sqrt{5} + 9\sqrt{3} - \sqrt[3]{64} - 15\sqrt{5} + 3\sqrt{3}$$

Paso 1 $12\sqrt{5} - 15\sqrt{5} + 9\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - \sqrt[3]{64}$

Paso 2 $(12 - 15)\sqrt{5} + (9 + 3)\sqrt{3} - 4$

Paso 3 $-3\sqrt{5} + 12\sqrt{3} - 4$



DESARROLLO ACTIVIDAD N°3 - EJERCICIO 2

$$2\sqrt{27} - 4\sqrt{12} + 3\sqrt{48} - \sqrt{75}$$

Paso 1	$2\sqrt{9 \cdot 3} - 4\sqrt{4 \cdot 3} + 3\sqrt{16 \cdot 3} - \sqrt{25 \cdot 3}$
Paso 2	$2\sqrt{9} \cdot \sqrt{3} - 4\sqrt{4} \cdot \sqrt{3} + 3\sqrt{16} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{25} \cdot \sqrt{3}$
Paso 3	$2 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} - 4 \cdot 2\sqrt{3} + 3 \cdot 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$
Paso 4	$6\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 12\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$
Paso 5	$(6 - 8 + 12 - 5)\sqrt{3}$
Paso 6	$5\sqrt{3}$

SÍNTESIS DE PROPIEDADES



Propiedad N° 1

Si al factorizar la cantidad subradical uno de sus factores se repite, ese factor se puede expresar fuera de la raíz :

$$\sqrt{a^2 \cdot b} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b} = a\sqrt{b}, \quad \text{con } a, b \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

Propiedad N° 2

Dos o mas raíces cuadradas que tengan la misma cantidad subradical se pueden sumar de la siguiente forma:

$$p\sqrt{a} + q\sqrt{a} = (p + q)\sqrt{a}, \quad \text{con } a \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}, p, q \in \mathbb{R}$$

Es decir se suman sus factores enteros aplicando la propiedad distributiva de los números reales

ACTIVIDAD



Resuelve las siguientes expresiones

1. $6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} - 8\sqrt{5} =$

2. $7\sqrt{5} - 4\sqrt{20} + 3\sqrt{125} =$

3. $5\sqrt{24} - 4\sqrt{600} + 10\sqrt{54}$



EL CAMINO



AL ÉXITO

..... es

LA ACTITUD

