Liceo Javiera Carrera
Dpto. Matemática
Prof. Angel Oteiza Soto

GUÍA 2 de Retorno

Nombre:_______________ 1º___ Fecha:________

Observación: ESPERANDO QUE SE ENCUENTREN BIEN JUNTO A LOS SUYOS. POR MEDIO DE ESTA GUÍA RECORDAMOS LA MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN EN LOS RACIONALES. TAMBIÉN ESTO APARECE EN EL LIBRO DE MATEMÁTICA DE LA PÁGINA 26 A LA 29 DEL TEXTO ESCOLAR Y 12 Y 13 DEL CUADERNILLO DE EJERCICIOS. AL FINAL DE ESTA GUÍA ESTAN LAS SOLUCIONES DE LOS EJERCICIOS.

Conceptos

En el conjunto $\mathbb{Q}$, para la **adición** y **multiplicación** se cumplen las siguientes **propiedades**:

- **Clausura:** Si $a, b \in \mathbb{Q}$ entonces $(a + b) \in \mathbb{Q}$ y $(a \cdot b) \in \mathbb{Q}$.
- **Conmutativa:** Si $a, b \in \mathbb{Q}$ entonces $a + b = b + a$ y $a \cdot b = b \cdot a$.
- **Asociativa:** Si $a, b, c \in \mathbb{Q}$ entonces $a + (b + c) = (a + b) + c$ y $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$.
- **Elemento neutro:** Para todo $a \in \mathbb{Q}$ existe un único elemento neutro, tal que:

Neutro aditivo	Neutro multiplicativo
$a + 0 = 0 + a = a$	$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$

- **Elemento inverso:** Para todo $a \in \mathbb{Q}$ existe:

Inverso aditivo	Inverso multiplicativo
$-a \in \mathbb{Q}$ tal que $a + (-a) = (-a) + a = 0$	$\frac{1}{a} \in \mathbb{Q}$ $(a \neq 0)$ tal que $a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$

- **Distributiva:** Si $a, b, c \in \mathbb{Q}$ entonces $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$.

Actividad: De acuerdo al recuadro presentado, realiza un mapa mental de la información entregada.

Ejemplos:

Liceo Javiera Carrera
Dpto. Matemática
Prof. Angel Oteiza Soto

Ejemplo 1

Aplica las propiedades de la adición y calcula el resultado:
$0{,}3 - 9{,}1 + 0{,}\overline{56}$.

Para resolver la operación, puedes seguir estos pasos:

PASO A PASO

1. $0{,}3 + (-9{,}1) + 0{,}\overline{56}$ → Representas como una adición de números racionales.
2. $\frac{3}{10} + \left(-\frac{91}{10}\right) + \frac{56}{99}$ → Representas los números decimales como fracciones.
3. $\left(\frac{3}{10} + \frac{56}{99}\right) + \left(-\frac{91}{10}\right)$ → Aplicas la propiedad asociativa.
4. $\frac{857}{990} + \left(-\frac{91}{10}\right)$ → Resuelves la adición entre fracciones.
5. $\frac{-8\,152}{990}$ → Obtienes el resultado.

Atención

La propiedad conmutativa de la adición (o de la multiplicación) dice que el orden de los sumandos (o de los factores) no altera el resultado.

Mientras que la propiedad asociativa muestra que no importa el orden de agrupación, ya que su resultado no se altera.

Ejemplo 2

Aplica las propiedades de la multiplicación y calcula el resultado:
$0{,}5 \cdot 1{,}2 + 9{,}1 \cdot 0{,}5$.

Para resolver la operación, puedes seguir estos pasos:

PASO A PASO

1. $0{,}5 \cdot 1{,}2 + 0{,}5 \cdot 9{,}1$ → Aplicas la propiedad conmutativa para ordenar los factores.
2. $0{,}5 \cdot (1{,}2 + 9{,}1)$ → Aplicas la propiedad distributiva.
3. $0{,}5 \cdot 10{,}3$ → Calculas el producto.
4. $5{,}15$ → Obtienes el resultado.

Habilidad

Al fundamentar conjeturas usando lenguaje matemático están desarrollando la habilidad de **argumentar** y **comunicar**.

Ejemplo e información importante:

Ejemplo 3

¿Existe el elemento neutro para la sustracción?

Para determinar el neutro de la sustracción debe existir un único número n que al restarlo con un número cualquiera a resulte el mismo número a.

PASO A PASO

1. De lo anterior se deduce que se debe cumplir que $a - n = n - a = a$.
2. De las ecuaciones anteriores, se tiene que:

$$a - n = a \Rightarrow n = 0 \qquad n - a = a \Rightarrow n = 2a$$

3. Ya que el elemento neutro debe ser único, y en este caso se ha demostrado que no. Para la **sustracción no existe un elemento neutro**.

¿En qué conjunto(s) numérico(s) no existe el elemento inverso o el elemento neutro para la adición? ¿Y qué ocurre con el elemento inverso o el elemento neutro para la multiplicación? Comenta con un compañero o una compañera.

Ejercicios

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Completa con = (igual) o ≠ (distinto) según corresponda.

a. $\frac{4}{7} + \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{10}\right) \bigcirc \left(\frac{4}{7} + \frac{3}{5}\right) + \frac{1}{10}$

b. $\frac{2}{7} + \left(-\frac{5}{8} + 0{,}\overline{7}\right) \bigcirc \left(\frac{2}{7} \cdot \left(-\frac{5}{8}\right)\right) \cdot 0{,}\overline{7}$

c. $0{,}4 + (-0{,}4) \bigcirc (-0{,}4) + 0{,}4$

d. $\frac{4}{5} \cdot 1{,}75 \bigcirc 1{,}75 \cdot \frac{4}{5}$

e. $3{,}5 \cdot (-2) - 1{,}1 \cdot 2 \bigcirc (3{,}5 - 1{,}1) \cdot 2$

f. $\frac{3}{7} \cdot \left(3{,}2 + \frac{1}{2}\right) \bigcirc \frac{3}{7} \cdot 3{,}2 + \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{2}$

2. **Completa con el nombre de la propiedad que se utilizó en cada paso de la resolución.**

a. $1{,}2 \cdot \frac{4}{9} + 1{,}2 \cdot \frac{5}{9}$

$= 1{,}2 \cdot \left(\frac{4}{9} + \frac{5}{9}\right)$ ▸ ____________________

$= 1{,}2 \cdot 1$ ▸ ____________________

$= 1 \cdot 1{,}2$ ▸ ____________________

$= 1{,}2$ ▸ ____________________

b. $\frac{8}{10} + \frac{2}{10} + \frac{1}{10}$

$= \left(\frac{8}{10} + \frac{2}{10}\right) + \frac{1}{10}$ ▸ ____________________

$= 1 + \frac{1}{10}$

$= \frac{1}{10} + 1$ ▸ ____________________

$= \frac{11}{10}$

3. **Responde.**

a. Al sumar dos números naturales, ¿su resultado es un número natural?

b. Si se restan dos fracciones, ¿su resultado es una fracción?

c. Si sumas o restas dos números racionales, ¿su resultado es un número racional?

d. Al multiplicar dos números naturales, ¿su resultado es un número natural? ¿Qué se obtiene si se dividen dos números naturales?

e. Si se multiplican o dividen dos fracciones, ¿su resultado es siempre un número entero?

f. Si se multiplican o dividen dos números racionales, ¿su resultado es un número racional?

4. **Escribe V si la afirmación es verdadera o F si es falsa. Justifica las falsas.**

a. ◯ Si $a \in \mathbb{N}$ y $b \in \mathbb{Q}$, entonces siempre ocurre que $a + b \in \mathbb{N}$.

b. ◯ Si $a \in \mathbb{Z}$ y $b \in \mathbb{Q}$, entonces siempre ocurre que $a \cdot b \in \mathbb{Z}$.

c. ◯ Si $a = 0$ y $b \in \mathbb{Q}$, entonces siempre ocurre que $a + b = 0$.

d. ◯ Si $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{Z}$ y $c \in \mathbb{Q}$, entonces siempre ocurre que $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.

5. Lee la siguiente información, sigue el ejemplo y luego para cada par de números racionales intercala tres números decimales.

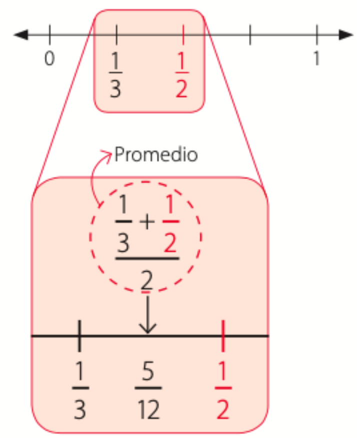
Siempre es posible ubicar un número racional entre dos números racionales distintos, por muy "cerca" que estén.

Por ejemplo, al ubicar una fracción entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$, puedes calcular el promedio, es decir:

$$\frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}{2}=\frac{\frac{5}{6}}{2}=\frac{5}{12}$$

Luego esta fracción puedes ubicarla en la mitad de $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$, como se muestra en la recta numérica.

Gracias a la **densidad de los números racionales** siempre puedes encontrar otro número racional entre dos números racionales distintos por muy cercanos que se encuentren.



a. $-\frac{3}{5}, -0{,}4$ **b.** $\frac{5}{12}, \frac{9}{12}$ **c.** $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ **d.** $-0{,}7\overline{3}, -\frac{6}{15}$ **e.** $-\frac{1}{6}, -\frac{1}{7}$ **f.** $0{,}99, \frac{100}{99}$

Reflexiona sobre tu trabajo

- Explica con tus palabras las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva.

  ____

- ¿Cómo planificaste tu trabajo en las actividades que has desarrollado? Explica.

  ____

Ejercicios Complementarios

Liceo Javiera Carrera
Dpto. Matemática
Prof. Angel Oteiza Soto

Propiedades de la adición y multiplicación de números racionales

1. Aplica las propiedades y completa las siguientes tablas.

a.

$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{e}{f}$	inverso de		$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$	$\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$	$\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)$	$\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{e}{f}$	$\frac{a}{b}+\left(-\frac{a}{b}\right)$	$\frac{a}{b}+0$
			$\frac{e}{f}$	$\frac{c}{d}$						
$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{8}$	$-\frac{3}{4}$								
$\frac{5}{2}$	$-\frac{4}{3}$	$\frac{7}{8}$								

b.

$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{e}{f}$	inverso de		$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}$	$\frac{c}{d}\cdot\frac{a}{b}$	$\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\right)\cdot\frac{e}{f}$	$\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{c}{d}\cdot\frac{e}{f}\right)$	$\frac{a}{b}\cdot 1$	$\frac{e}{f}\cdot 0$
			$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$						
$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$								
$\frac{2}{5}$	$\frac{5}{2}$	$-\frac{3}{4}$								

2. Anota = si las operaciones tienen igual resultado, en caso contrario anota ≠ .

a. $\frac{4}{7}+\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{10}\right)$ ◯ $\left(\frac{4}{7}+\frac{3}{5}\right)+\frac{1}{10}$

b. $\frac{2}{7}\cdot\left(\frac{5}{8}\cdot\frac{7}{9}\right)$ ◯ $\left(\frac{2}{7}\cdot\frac{5}{8}\right)\cdot\frac{7}{9}$

c. $\frac{18}{3}\cdot 0$ ◯ $0\cdot\frac{18}{3}$

d. $7\cdot(4-9)$ ◯ $(7\cdot 4)-(7\cdot 9)$

e. $\frac{4}{9}+\frac{5}{3}$ ◯ $\frac{5}{3}+\frac{4}{9}$

f. $\frac{3}{7}+0$ ◯ $0+\frac{3}{7}$

g. $(20{,}4+12{,}6)\cdot 3{,}5$ ◯ $(20{,}4\cdot 3{,}5)+(12{,}6\cdot 3{,}5)$

h. $\frac{2}{7}+\left(-\frac{2}{7}\right)$ ◯ $\left(-\frac{2}{7}\right)+\frac{2}{7}$

i. $\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{11}$ ◯ $\frac{2}{11}\cdot\frac{3}{8}$

j. $\frac{4}{7}\cdot\frac{7}{4}$ ◯ $\frac{7}{4}\cdot\frac{4}{7}$

3. Asigna valores a n y comprueba la siguiente fórmula contenida en el papiro Rhind, escrito 4 000 años antes de nuestra era.

$$\frac{1}{n}=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n\,(n+1)}$$

- ¿Es correcta esta fórmula? ¿Por qué?

____

____

4. Relaciona cada proposición con su respectiva propiedad.

a. Si $a, b \in \mathbb{Q}$, entonces $a + b = b + a$ ◯

b. Para todo $a \in \mathbb{Q}$ se cumple que $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ ◯

c. Para todo $a \in \mathbb{Q}$ se cumple que $a + (-a) = (-a) + a = 0$ ◯

d. Si $a, b \in \mathbb{Q}$, entonces $(a + b) \in \mathbb{Q}$ ◯

e. Si $a, b \in \mathbb{Q}$, entonces $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ ◯

f. Si $a, b \in \mathbb{Q}$, entonces $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$ ◯

(A) Asociativa
(B) Distributiva
(C) Conmutativa
(D) Clausura
(E) Elemento inverso
(F) Elemento neutro

5. Completa con dos números racionales que cumplan con la relación dada en cada caso.

a. $\frac{2}{3} > \boxed{} > \boxed{} > \frac{1}{5}$

b. $\frac{14}{3} < \boxed{} < \boxed{} < \frac{15}{2}$

c. $\frac{3}{16} < \boxed{} < \boxed{} < \frac{7}{9}$

d. $\frac{4}{1\,000} > \boxed{} > \boxed{} > \frac{37}{10\,000}$

e. $-\frac{19}{4} < \boxed{} < \boxed{} < -\frac{21}{5}$

f. $-\frac{3}{7} > \boxed{} > \boxed{} > -\frac{8}{15}$

g. $-\frac{134}{100} > \boxed{} > \boxed{} > -\frac{1\,346}{1\,000}$

h. $-\frac{14}{9} < \boxed{} < \boxed{} < -\frac{4}{3}$

6. Verifica si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Da un ejemplo o un contraejemplo en cada caso.

a. ◯ El producto de dos fracciones es siempre menor que las fracciones que se multiplican.

____

b. ◯ El elemento neutro para la adición de números racionales es el número 1.

____

c. ◯ El producto entre un decimal periódico y otro número racional cualquiera es siempre un número decimal periódico.

____

d. ◯ El cociente de dos fracciones puede ser mayor que las fracciones que se dividen.

____

e. ◯ En el conjunto de los números racionales se cumple la propiedad de clausura para la adición y la multiplicación.

____

Liceo Javiera Carrera
Dpto. Matemática
Prof. Angel Oteiza Soto

Solucionario de los ejercicios

Página 28

1. a. $=$ **b.** $\neq$ **c.** $=$ **d.** $=$ **e.** $\neq$ **f.** $=$

2. a. Distributiva, Elemento neutro, Conmutativa, Elemento neutro.
b. Asociativa, Conmutativa.

3. a. Sí
b. No siempre ya que el resultado puede ser una fracción o un número entero.
c. Sí
d. La multiplicación de 2 números naturales es siempre un número natural, sin embargo la división no, ya que si el divisor no es múltiplo del dividendo, el cociente será un número racional.
e. No siempre ya que, el resultado puede ser una fracción o un número entero.
f. Sí

4. a. F, $a + b \in \mathbb{Q}$ **b.** F, $a \cdot b \in \mathbb{Q}$ **c.** F, $a + b = b$ **d.** V

Página 29

5. Las respuestas son variadas, a continuación se muestran dos ejemplos a cada ejercicio.

a. $-\frac{9}{20}, -\frac{1}{2}, -\frac{11}{20}$ y $-0{,}59; -0{,}5; -0{,}42$
b. $\frac{1}{2}, \frac{7}{12}, \frac{1}{3}$ y $\frac{6}{12}, \frac{7}{12}, \frac{8}{12}$
c. $\frac{9}{16}, \frac{5}{8}, \frac{11}{16}$ y $0{,}6; 0{,}7; 0{,}71$
d. $-\frac{3}{5}, -\frac{7}{15}, -\frac{8}{15}$ y $-0{,}6; -0{,}5; -0{,}41$
e. $-\frac{25}{168}, -\frac{13}{84}, -\frac{9}{56}$ y $-\frac{33}{200}, -\frac{3}{20}, -\frac{41}{280}$
f. $\frac{9\,899}{9\,900}, \frac{9\,901}{9\,900}$ y $0{,}999; 1; 1{,}005$

Liceo Javiera Carrera
Dpto. Matemática
Prof. Angel Oteiza Soto

Propiedades de la adición y multiplicación de números racionales (Páginas 12 y 13)

1. a.

$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{e}{f}$	inverso de		$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$	$\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$	$\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)$	$\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{e}{f}$	$\frac{a}{b}+\left(-\frac{a}{b}\right)$	$\frac{a}{b}+0$
			$\frac{e}{f}$	$\frac{c}{d}$						
$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{8}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{-4}{3}$	8	$\frac{39}{56}$	$\frac{39}{56}$	$\frac{-3}{56}$	$\frac{-3}{56}$	0	$\frac{4}{7}$
$\frac{5}{2}$	$-\frac{4}{3}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{-3}{4}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{49}{24}$	$\frac{49}{24}$	0	$\frac{5}{2}$

b.

$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{e}{f}$	inverso de		$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}$	$\frac{c}{d}\cdot\frac{a}{b}$	$\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\right)\cdot\frac{e}{f}$	$\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{c}{d}\cdot\frac{e}{f}\right)$	$\frac{a}{b}\cdot 1$	$\frac{e}{f}\cdot 0$
			$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$						
$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$	8	$\frac{-4}{3}$	$\frac{-3}{8}$	$\frac{-3}{8}$	$\frac{-5}{16}$	$\frac{-5}{16}$	$\frac{1}{2}$	0
$\frac{2}{5}$	$\frac{5}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{2}{5}$	1	1	$\frac{-3}{4}$	$\frac{-3}{4}$	$\frac{2}{5}$	0

2. **a.** = **c.** = **e.** = **g.** = **i.** =
b. = **d.** = **f.** = **h.** = **j.** =

3. Respuesta variada, por ejemplo:

Con $n = 1$ queda $\frac{1}{1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ lo cual es cierto.

Con $n = 2$ queda $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ lo cual es cierto.

La fórmula es correcta porque

$$\frac{1}{(n+1)} + \frac{1}{(n(n+1))} = \frac{1}{(n+1)} \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right) = \left(\frac{1}{n+1}\right) \cdot \left(\frac{n+1}{n}\right) = \frac{1}{n}$$

4. **a.** C **c.** E **e.** A
b. F **d.** D **f.** B

Liceo Javiera Carrera
Dpto. Matemática
Prof. Angel Oteiza Soto

5. Respuestas variadas, por ejemplo

a. $\frac{2}{3} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5}$

b. $\frac{14}{3} < \frac{3}{3} < \frac{9}{4} < \frac{15}{2}$

c. $\frac{3}{16} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2} < \frac{7}{9}$

d. $\frac{4}{1\,000} < \frac{39}{10\,000} < \frac{19}{5\,000} < \frac{37}{10\,000}$

e. $-\frac{19}{4} < -\frac{23}{5} < -\frac{17}{9} < -\frac{21}{5}$

f. $-\frac{3}{7} > -\frac{9}{20} > -\frac{5}{10} > -\frac{8}{15}$

g. $-\frac{134}{100} > -\frac{1\,344}{1\,000} > -\frac{1\,345}{1\,000} > -\frac{1\,346}{1\,000}$

h. $-\frac{19}{4} < -\frac{29}{20} < -\frac{7}{5} < -\frac{4}{3}$

6. a. F. Contraejemplo: $\frac{3}{2} \bullet \frac{5}{3} = \frac{5}{2}$ y $\frac{5}{2}$ es mayor que $\frac{3}{2}$ y que $\frac{5}{3}$.

b. F. El elemento neutro para la adición de números racionales es el 0.
Contraejemplo: $\frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$ que no es $\frac{2}{3}$.

c. F. Contraejemplo: 0,3 • 3 = 1 y 1 no es un número decimal periódico.

d. V. Por ejemplo, $\frac{1}{2} : \frac{1}{6} = 3$ y 3 es mayor que $\frac{1}{2}$ y que $\frac{1}{6}$.

e. V. Por ejemplo, $\frac{4}{5} + \frac{1}{3} = \frac{17}{15}$ y $\frac{1}{2} \bullet \frac{2}{3} = \frac{[illegible]}{6}$ son todos números racionales.