Liceo Javiera Carrera
Dpto. Matemática

GUÍA 02 TRABAJO EN CASA

Nombre:_____ 4ºA 23/03/2020

Observación: Guía de Aprendizaje acerca de Intervalos. Leer y desarrollar. También de la página del Texto Escolar, aparece el contenido y ejercicios, los cuales deben de realizar, de la página 26 a la 29.

INTERVALOS LIMITADOS

Entre dos puntos de la recta numérica correspondientes a dos números reales diferentes, existen otros infinitos números reales.
Esto hace que pensemos en subconjuntos de R que en adelante llamaremos INTERVALOS.

Un INTERVALO en la recta numérica podemos graficarlo así:

¿Cuántos números naturales existen entre –1 y + 4 incluyendo a éstos últimos?.....

¿Cuántos números enteros existen entre –2 y + 5 incluyendo a éstos últimos? .....

Pero... ¿cuántos números reales existen entre –2 y + 5 incluyendo a éstos últimos? ... .

Estos infinitos números reales pertenecen a un subconjunto de R llamado INTERVALO, cuyos extremos son –2 y +4.

Un INTERVALO puede o no incluir a los extremos; como también, un INTERVALO puede incluir sólo a un extremo; según esto podemos tener entonces diversos tipos de intervalos que luego pasaremos a estudiar; pero antes generalicemos la idea de INTERVALO:

> Un INTERVALO es un subconjunto de R, cuyos elementos x están comprendidos entre los EXTREMOS a y b que también son números reales que pueden o no estar incluidos en el intervalo.

TIPOS DE INTERVALOS

Puede ser limitados o ilimitados.

1. **INTERVALOS LIMITADOS.**

a. Si incluimos a los extremos el **INTERVALO** es **CERRADO**. Gráficamente

donde x representa a cualquiera de los elementos del intervalo.

Observa que los extremos a y b están resaltados con puntos negros lo cual significa que se incluye a los extremos.

Representación simbólica : $x \in [a ; b]$

Como conjunto: $P = \{x \in R / a \leq x \leq b\}$

Ejemplo:

Representar el intervalo de números reales x comprendido entre – 5 y +1 incluyendo a estos extremos.

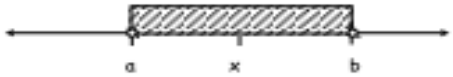
Gráficamente:

Representación simbólica : $x \in [-5 ; 1]$

Como conjunto: $P = \{x \in R / -5 \leq x \leq 1\}$

b. Si no incluimos a los extremos, el **INTERVALO** es **ABIERTO**.

Gráficamente:



En este caso como los extremos a y b no pertenecen al intervalo, éstos se representan en la recta numérica por dos círculos pequeños.

Representación simbólica : $x \in]a ; b[$

Como conjunto: $P = \{x \in R / a < x < b\}$

Ejemplo:

Representar el intervalo de números reales x comprendido entre – 7 y – 2 sin incluir a estos extremos.

Gráficamente:

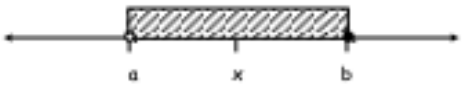
Representación simbólica: $x \in]-7 ; -2[$

Como conjunto: $P = \{x \in R / -7 < x < -2\}$

c. Si incluimos sólo a uno de los extremos, el **INTERVALO** es **SEMIABIERTO**.

- ***Abierto por la izquierda, cerrado por la derecha.–***

  Gráficamente:



Aquí, sólo b pertenece al intervalo, no así el extremo a.

Representación simbólica : $x \in]a ; b]$

Como conjunto: $P = \{x \in R / a < x \leq b\}$

- ***Abierto por la derecha, cerrado por la izquierda.–***

  Gráficamente:

En este caso, sólo a pertenece al intervalo, no así el extremo b.

Representación simbólica : $x \in [a ; b[$

Como conjunto: $P = \{x \in R / a \leq x < b\}$

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Dados los intervalos :

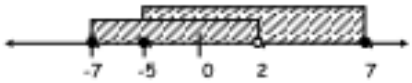
   $A = [-7 ; 2[$ y $B = [-5 ; 7]$.

   Hallar a) $A \cup B$ b) $A \cap B$

Solución:

Un intervalo es un conjunto. En este caso es posible el cálculo de $A \cup B$ y $A \cap B$ recordando que un elemento de la UNIÓN pertenece a A, o a B, o a ambos, y un elemento de la INTERSECCIÓN pertenece a ambos conjuntos.

Graficando los intervalos dados en la recta numérica:



Del gráfico se nota que:

a) $A \cup B = [-7 ; 7]$

b) $A \cap B = [-5 ; 2[$

2. Dados los intervalos :
   $A =]-3 ; 12]$ y $B = [5 ; 8[$. Hallar :
   a) $A - B$ b) $B - A$

Solución:

Recordemos que los elementos que pertenecen a la diferencia $A - B$, pertenecen a A pero no pertenecen a B. Asimismo, los elementos que pertenecen a $B - A$, pertenecen a B pero no pertenecen a A.

Graficando los intervalos dados en la recta numérica:

Del gráfico se nota que:

a) $A - B =]-3 ; 5[\cup [8 ; 12]$

b) $B - A = \varnothing$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

A. Completa el siguiente cuadro, graficando en la recta numérica cada intervalo dado:

Representación simbólica del intervalo	Intervalo como conjunto
$x \in [-15 ; 3]$	$\{x \in R / -15 \leq x \leq 3\}$
	$\{x \in R / -8 < x \leq 7\}$
$x \in]5 ; 9[$	
	$\{x \in R / -2 \leq x \leq 4\}$
$x \in [-4 ; 0[$	
	$\{x \in R / -8 \leq x < -3\}$
$x \in [-12 ; -3]$	
	$\{x \in R / 3 < x < 7\}$
$x \in]-3 ; 1[$	
	$\{x \in R / -5 < x \leq -1\}$

B. Dados los siguientes intervalos efectuar las operaciones indicadas:

$A =]-7 ; 4]$ $\quad$ $B =]2 ; 8[$

$C = [-1 ; 6[$ $\quad$ $D = [-3 ; 7]$

(1) $A \cup B$	(2) $B - A$	(3) $(A - C) \cap D$
(4) $A \cap B$	(5) $B \cup C$	(6) $(C - A) \cup B$
(7) $A \cap D$	(8) $C \cup D$	(9) $(A - C) - B$
(10) $A - D$	(11) $B \cap D$	(12) $B \cup (C \cap A)$
(13) $D - A$	(14) $B - D$	(15) $(A \Delta B) - C$
(16) $A - B$	(17) $C \Delta D$	(18) $(A \cup D) \cap C$

DESAFIO

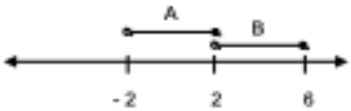
A) Dados los siguientes intervalos efectuar las operaciones indicadas.

$A = [-3 , 2]$; $B =]-4 ; 1[$
$C =]-5 ; -2]$; $D =]3, 5[$
$E =]0 ; 2]$; $F = [-1 ; 4[$

1)	$A \cup B$	11)	$A \cup F$
2)	$A \cap B$	12)	$F - E$
3)	$A - B$	13)	$(E \cap C) - A$
4)	$B - A$	14)	$(B \cap D) - C$
5)	$A \cup C$	15)	$(A \cap E) - (A \cap C)$
6)	$A \cap C$	16)	$(B - A) \cup (A - B)$
7)	$A - C$	17)	$B \Delta A$
8)	$C - A$	18)	$(E - F) \Delta D$
9)	$A \cup D$	19)	$(A \cap D) - (C \Delta B)$
10)	$A \cap D$	20)	$[(A - B) \cup C] \Delta D$

B) Desarrolla cada uno de los problemas propuestos:

1. En la siguiente recta numérica se representan dos intervalos A y B. Encontrar el intervalo $A \cap B$.



a) $\{2\}$ b) $[-2 , 2]$ c) $]-2 ; 2[$
d) $[-2 ; 6[$ e) $\varnothing$

2. Del problema anterior calcular $A \cup B$

a) $\{2\}$ b) $[-2 , 2]$ c) $]-2 ; 6]$
d) $[-2 ; 6[$ e) $\varnothing$

3. Del problema uno calcular $A - B$

a) $\{-2\}$ b) $[-2 , 6]$ c) $]-2 ; 6[$
d) $[2 ; 6[$ e) $\varnothing$

4. ¿Cuántos números enteros existen en el intervalo $]-7 ; 7[$

a) 5 b) 7 c) 14
d) 13 e) N.A.

5. Sabiendo que : $A = [-7 , 11]$ $B = [-2 , 8[$ y $C =]-3 , 12[$ Hallar $(A - C) \cap (B - A)$

6. Representa los siguientes intervalos como conjuntos:

a) $x \in [-7, 0]$
b) $x \in]-3, 1]$
c) $x \in]-14, +14[$
d) $x \in]-5, 4[$
e) $x \in]-10, -9[$
f) $x \in [+3 ; +5[$
g) $x \in [-1 ; 12[$
h) $x \in]0, 11[$

7. Si " n " no es mayor que 10 y " n" no es menor que 4. ¿Cuál de las siguientes proposiciones no es verdadera?

a) $n = 10$ b) $n = 5$ c) $n > 5$
d) $n < 10$ e) $4 < n < 10$

8. Si $x \in [-2 ; 3[$; $y \in [-1 ; 4[$

a) ¿Cuál es el máximo valor de $x + y$?

b) ¿Cuál es el mínimo valor de $x + y$?

c) ¿Cuál es el máximo valor de $x - y$?

d) ¿Cuál es el mínimo valor de $x - y$?

9. Si $x \in [-3 ; 4]$; $y \in [-2 ; 6]$

a) ¿Cuál es el máximo valor de x , y?

b) ¿Cuál es el mínimo valor de x , y?

C. En los problemas del 10 al 14, escribir el intervalo correspondiente a la figura propuesta

D.

10.

11.

12.

13.

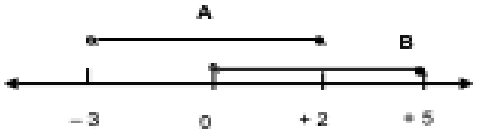
14.

E. En la siguientes rectas numéricas se representan dos intervalos A y B. Encontrar los siguientes intervalos en cada uno de ellos:

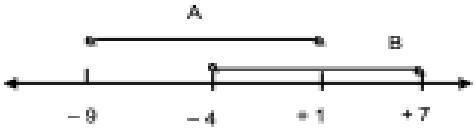
a) $A \cap B$ b) $A \cup B$ c) $A - B$

d) $A \Delta B$ e) $B - A$

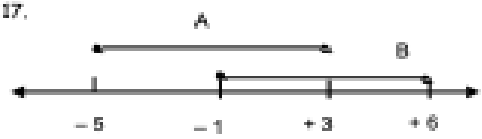
15.



16.



17.



F. Completa el siguiente cuadro, graficando en la recta numérica cada intervalo dado:

Representación simbólica del intervalo	Intervalo como conjunto
$x \in]-5 ; 2]$	
	$\{x \in R / -1 < x \leq 4\}$
$x \in [3 ; 11]$	
	$\{x \in R / 0 \leq x < 7\}$
$x \in [-3 ; 0[$	
	$\{x \in R / -5 < x < -1\}$
$x \in]-4 ; 3[$	
	$\{x \in R / 2 \leq x < 8\}$
$x \in [-7 ; -2]$	
	$\{x \in R / -7 \leq x \leq -3\}$