Tercer año de Enseñanza Media
Departamento de matemática
Profesora Carolina Salort

Guía Nº3

Unidad Nº1: EL CONJUNTO DE LOS NUMEROS COMPLEJOS (ℂ)

NOMBRE ESTUDIANTE		**CURSO**	3° Medio _____
ASIGNATURA	Matemática	**SEMANA N°9 /Nº12**	03/Mayo/ 2021 al 28/Mayo/2021
PROFESORA	Carolina Salort Henríquez	**Guía de Aprendizaje Nº3- Mayo de 2021**	

Tema 1: Conjunto de los números complejos

OA1: Resolver problemas de adición, sustracción, multiplicación y división de números complejos C, en forma pictórica, simbólica y con uso de herramientas tecnológicas.

Indicadores:

- Representan números complejos en el plano, relacionando con vectores e identificando las partes reales e imaginarias.
- Utilizan los números complejos y sus representaciones pictóricas y simbólicas para encontrar solución a ecuaciones.
- Determinan la distancia de números complejos de forma simbólica y pictórica.
- Representan la operatoria de números complejos de forma simbólica y en el plano cartesiano.
- Utilizan los números complejos y su operatoria para resolver problemas en modelos relacionados con los circuitos eléctricos.

Instrucciones:

1. La siguiente es una actividad de aprendizaje del contenido relacionada al Conjunto Numérico de los Complejos.

2. Debes resolver las actividades en tu cuaderno o carpeta de la asignatura y evidenciar tus avances semanales

3. Toda duda o consulta se debe informar al mail csalort@liceojavieracarrera.cl la cual será respondida a la brevedad.

4. El desarrollo de la actividad se realizara según la siguiente tabla y TODOS LOS ESTUDIANTES DEBEN REALIZAR ENVIO DE ACTIVIDADES EN LAS FECHAS ESTABLECIDAS.

Guía Nº3

PLAN DE ACTIVIDAD MENSUAL
MONITOREO DEL AVANCE DE LA ACTIVIDAD POR EL ESTUDIANTE

Semana	Actividad de Aprendizaje	Entrega de avances	Monitoreo de avance		
		Fecha se entrega	Entregado	Pendiente	No lo puedo resolver solo
Semana 10	Ítem I: Representación de un Numero Complejo	14/Mayo/2021			
Semana 11	Ítem II : Modulo y Conjugado de Números Complejos	21/Mayo2021			
Semana 12	Ítem III : Adición y sustracción de números complejos	28/Mayo /2021			

Tercer año de Enseñanza Media
Departamento de matemática
Profesora Carolina Salort

Guía Nº3

Ítem I: Representación Números Complejos

Objetivo: Representar un numero complejo por medio del plano de Argand, de forma binomial y como par ordenado.

- ¿Qué maneras de representar un numero conoces? Da ejemplos
- ¿Qué aspectos consideras al graficar en un plano cartesiano?

Actividad Nº1

Observa los siguientes números complejos

$z_1 = 4 + 5i$	$z_4 = 4 - 3i$	$z_7 = -1 - i$
$z_2 = 6 + 2i$	$z_5 = -3 + 3i$	$z_8 = 2{,}5 - 4i$
$z_3 = 1 + 7i$	$z_6 = -2 - 7i$	$z_9 = -8 - 4{,}5i$

a. Identifica la parte real y la parte imaginaria de cada número.

b. Represéntalos utilizando GeoGebra. Para esto, escríbelos e su forma binomial, como se muestra en el ejemplo.

Para el número z = 3 = 4i

c. ¿Con que eje del plano se relaciona la parte real de cada número complejo?, ¿y la parte imaginaria

d. ¿Qué similitud existe entre la representación gráfica de un vector y la de un número complejo?

Guía Nº3

Registra en tu cuaderno

Un número complejo z se puede representar de las siguientes formas:

- En **forma binomial**, es decir: $z = a + bi$;
- Como **par ordenado**, es decir: $z = (a, b)$; con $a, b \in \mathbb{R}$.
- En un **plano de Argand**.

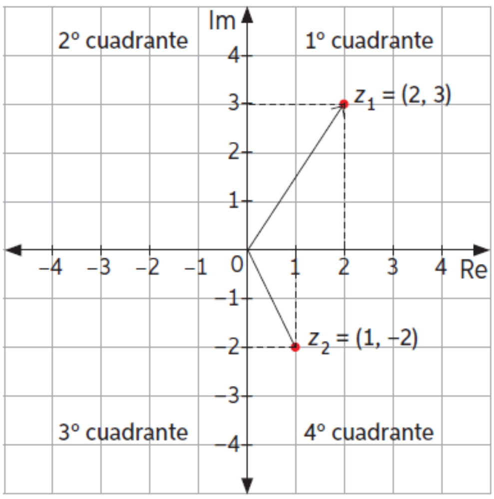
El plano de Argand es similar al cartesiano, pero su eje horizontal representa las partes reales y su eje vertical las partes imaginarias de los números complejos. También se definen cuatro cuadrantes, nombrados en sentido antihorario. Ejemplos:

La representación gráfica de los números $z_1 = 2 + 3i$ y $z_2 = 1 - 2i$

Del gráfico anterior se obtiene:

$z_1 = 2 + 3i = (2, 3)$

$z_2 = 1 - 2i = (1, -2)$



Actividad Nº2

Representa en el plano de Argand los vectores asociados a cada número complejos.

$z_1 = (7, 6)$

$z_2 = (-5, -1)$

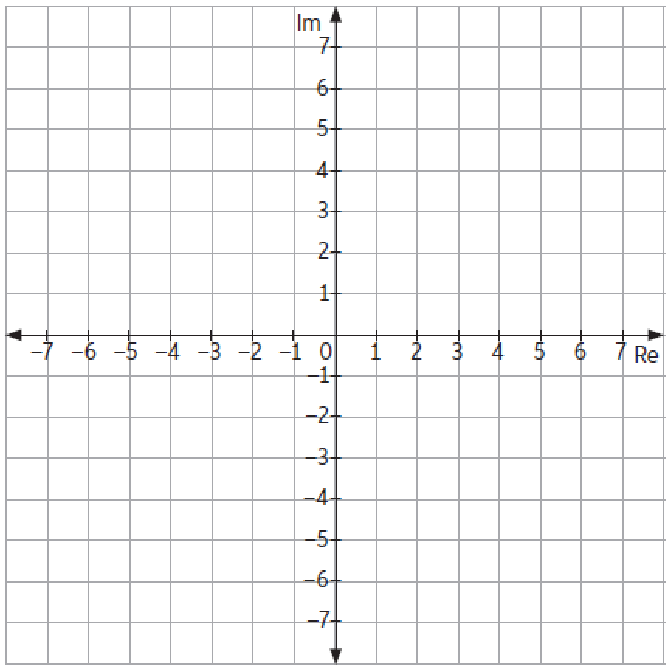
$z_3 = -2i$

$z_4 = 3{,}5 - 1{,}5i$

$z_5 = \left(7, -\frac{7}{2}\right)$

$z_6 = -7i + 4$

$z_7 = \left(-\frac{5}{2}, -6\right)$



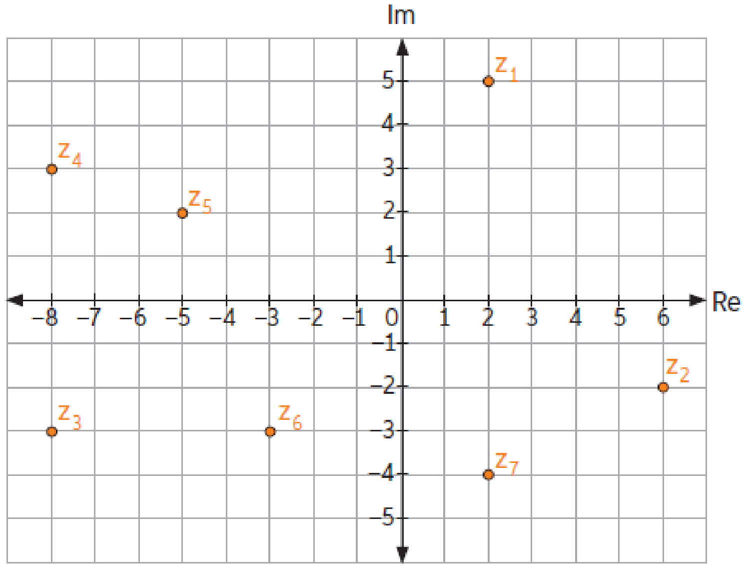
Im

Tercer año de Enseñanza Media
Departamento de matemática
Profesora Carolina Salort

Guía Nº3

Actividad Nº3

Analiza el siguiente plano de Argand. Luego, Escribe V si la afirmación es verdadera o F si es falsa. Compara tus respuestas con un compañero.



a. ________ La parte real de z_1 es 5.

b. ________ La parte imaginaria de z_2 es −2.

c. ________ La forma binomial de z_3 es $8 - 3i$.

d. ________ z_7 escrito como par ordenado es (−2, −4).

e. ________ Los números complejos z_3 y z_4 están en el mismo cuadrante.

f. ________ La parte real de z_5 es mayor que la parte real de z_6.

Tercer año de Enseñanza Media
Departamento de matemática
Profesora Carolina Salort

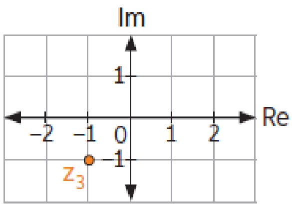
Guía Nº3

Ítem II: Modulo y conjugado de un numero Complejo.

OA1: Calcular el modulo y el conjugado de un número complejo

Actividad Nº1

Completa la siguiente tabla según la representación de número complejo pedida

Forma binomial	Par ordenado	Representación gráfica
$z_1 = \frac{1}{2} - 2i$		
	$z_2 = (3, 5)$	
		
$z_4 = 3 - i$		

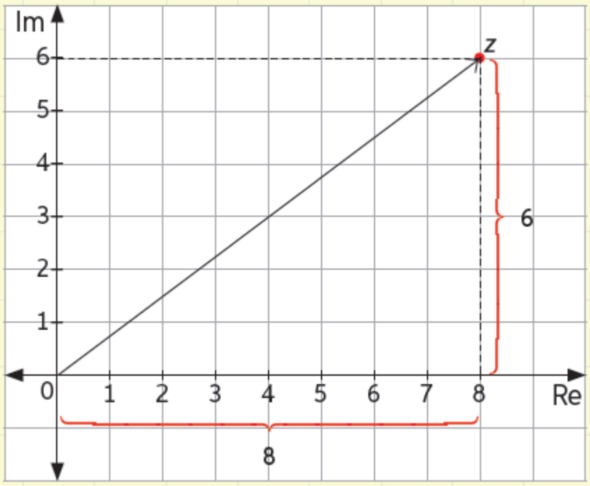
Tercer año de Enseñanza Media
Departamento de matemática
Profesora Carolina Salort

Guía Nº3

Observa la siguiente situación

Marcela calculó correctamente el módulo del número complejo $z = 8 + 6i$.
Observa su procedimiento y responde.

Paso 1:

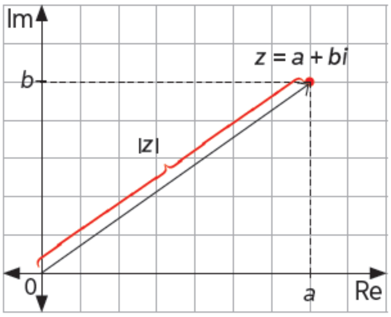


Paso 2: $|z|^2 = 8^2 + 6^2 \Rightarrow |z| = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} \Rightarrow |z| = 10$

¿Qué pasos utilizó Marcela para calcular el módulo de z? Descríbelos.

Registra en un cuaderno

El módulo de un número complejo $z = a + bi$ corresponde a la longitud de su vector asociado y se denota como $|z|$.



Ejemplo:

Sea $z = 1 - 2\sqrt{2}\,i$, su módulo es:

$|z| = \sqrt{1^2 + (-2\sqrt{2})^2}$

$|z| = \sqrt{1 + 4 \cdot 2}$

$|z| = \sqrt{1 + 8}$

$|z| = \sqrt{9}$

$|z| = 3$

$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow |z| = \sqrt{Re^2(z) + Im^2(z)}$

Además, se cumplen las siguientes propiedades:

- $|z| \geq 0$
- $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0 + 0i$
- $|Re(z)| \leq |z|$
- $|Im(z)| \leq |z|$

Observa que $|Re(z)|$ e $|Im(z)|$ representan el valor absoluto de números reales, en cambio $|z|$ representa el módulo de un número complejo.

Actividad Nº2

Calcula el módulo de los siguientes números complejos. Luego, ordena sus módulos de menor a mayor.

a. $z_1 = -3 + 4i$

e. $z_5 = 4\sqrt{3} - 7\sqrt{5}\,i$

b. $z_2 = (-3, 3)$

f. $z_6 = \frac{1}{2}\sqrt{5} + 4\sqrt{3}\,i - 7\sqrt{5}\,i$

c. $z_3 = -1i$

g. $z_7 = \frac{1}{2}\sqrt{5} + i$

d. $z_4 = -\frac{4}{5} + \frac{2}{3}i$

h. $z_8 = -\sqrt{3} - \frac{\sqrt{5}}{2}i$

Resuelve el siguiente problema.

Dado los siguientes números complejos $z_1 = 3 + 7i$ y $z_2 = 3 - 7i$

a. ¿Cuál es la forma de par ordenado de cada número complejo? Escríbelo en tu cuaderno. Luego, Grafícalos en el plano Argand.

b. ¿Qué semejanzas y que diferencias observas entre ambos números complejos?. Explica.

Tercer año de Enseñanza Media
Departamento de matemática
Profesora Carolina Salort

Guía Nº3

Registra en tu cuaderno

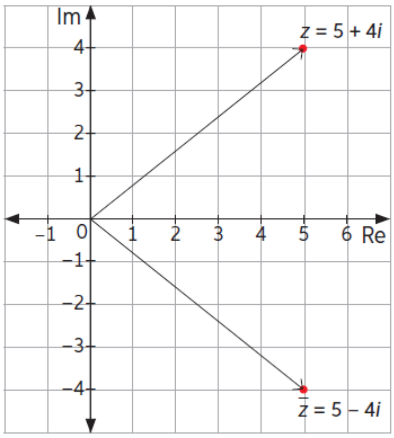
Se dice que dos números complejos son **conjugados** si y solo si difieren en el signo que acompaña a su parte imaginaria. El conjugado de un número complejo z se denota como $\overline{z}$. Es decir:

$z = a + bi \Leftrightarrow \overline{z} = a - bi$

$z = a - bi \Leftrightarrow \overline{z} = a + bi$

Ejemplo:

Sea $z = 5 + 4i$, su conjugado es $\overline{z} = 5 - 4i$. Al representarlos en el plano de Argand, se obtiene lo siguiente:



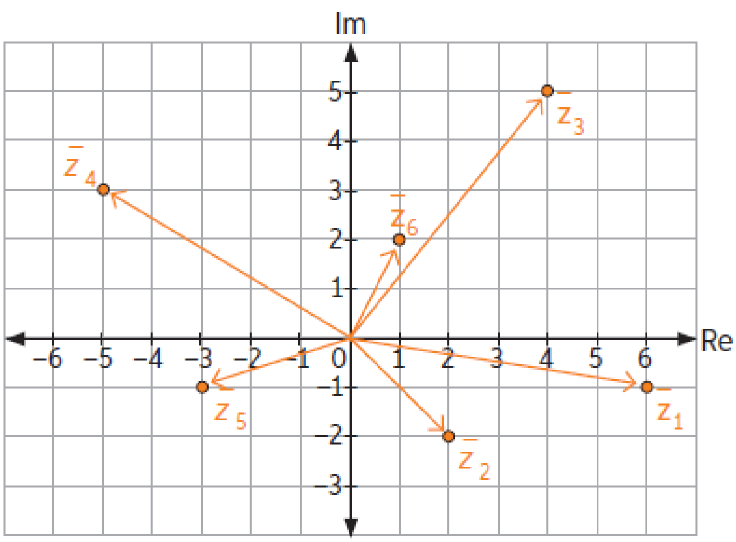
Observa que ambos números difieren en el signo de sus partes imaginarias, pero gráficamente sus representaciones son simétricas con respecto al eje real.

Además, el conjugado de un número complejo z cumple con las siguientes propiedades:

- $|z| = |\overline{z}|$
- $z = \overline{\overline{z}}$

Actividad Nº3

En el plano de Argand se muestran los conjugados de 6 números complejos.



Escribe cada número complejo de forma binomial.

a. z_1 = ____________ d. z_4 = ____________

b. z_2 = ____________ e. z_5 = ____________

c. z_3 = ____________ f. z_6 = ____________

Tercer año de Enseñanza Media
Departamento de matemática
Profesora Carolina Salort

Guía Nº3

Ítem III: Adición y Sustracción de Números Complejos

Objetivo: **Resolver problemas de adición y sustracción de números complejos C,de forma binomial y como par ordenado.**

Actividad Nº1 Analiza y resuelve el siguiente problema

Andrea ha resuelto correctamente la adición y sustracción con los siguientes números complejos:

$z_1 = 2 + 4i$ $\qquad z_2 = 6 + 5i$ $\qquad z_3 = 3 + i$

Calculando $z_1 + z_2$:

Datos:
z_1: $Re(z_1) = 2$ $\quad Im(z_1) = 4$
z_2: $Re(z_2) = 6$ $\quad Im(z_2) = 5$

	Parte real	Parte imaginaria
z_1	2	4
z_2	6	5
$z_1 + z_2$	8	9

Por lo tanto: $z_1 + z_2 = 8 + 9i$

Calculando $z_3 - z_1$:

$z_3 - z_1 = z_3 + (-z_1)$

Datos:
z_3: $Re(z_3) = 3$; $Im(z_3) = 1$
$-z_1$: $Re(-z_1) = -2$; $Im(-z_1) = -4$

	Parte real	Parte imaginaria
z_3	3	1
$-z_1$	−2	−4
$z_3 + (-z_1)$	1	−3

Por lo tanto: $z_3 - z_1 = 1 - 3i$

El inverso aditivo de $z = a + bi$ es el número complejo $-z = -a - bi$.

a. ¿Qué pasos siguió Andrea para obtener el resultado de $z_1 + z_2$? Descríbelos.

b. Observa el procedimiento que utilizó Andrea para calcular el resultado de $z_3 - z_1$. ¿En qué se diferencia del procedimiento que utilizó para calcular $z_1 + z_2$? Explica.

c. Expresa el resultado de $z_1 + z_2$ y $z_3 - z_1$ como par ordenado.

d. ¿Qué similitud encuentras entre el resultado obtenido en 1.c y la adición y sustracción de dos vectores? Justifica tu respuesta.

Registra en tu cuaderno

Dados dos números complejos z_1 y z_2 tales que $z_1 = a + bi = (a, b)$ y $z_2 = c + di = (c, d)$, el resultado de la **adición** de z_1 y z_2 es un número complejo que se calcula de la siguiente manera:

Forma binomial: $z_1 + z_2 = (a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$

Par ordenado: $z_1 + z_2 = (a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$

Además, $z_1 - z_2 = z_1 + (-z_2)$.

Si z y w son números complejos, se cumplen las siguientes propiedades:

$$\overline{z + w} = \overline{z} + \overline{w} \qquad z + \overline{z} = 2Re(z)$$

Actividad Nº2

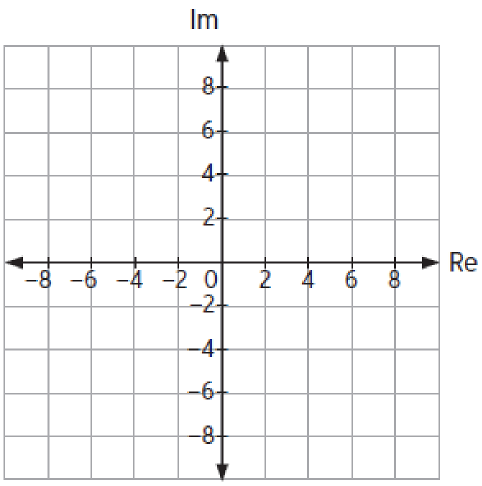
Representa en el plano de Argand el vector resultante de las siguientes operaciones combinadas:

a. $z = (3, 2) - (0, 4) - (5, 5) + (2, 0)$

b. $w = (3 + 4i) + (2 + 3i) - (i - 2)$

c. $u = (-2, 4) + (7, -4) + (-12, 7)$

d. $v = (8i + 3) + (-2 + 2i) - (3 + 4i)$



Tercer año de Enseñanza Media
Departamento de matemática
Profesora Carolina Salort

Guía Nº3

Actividad Nº3

Expresa el resultado de cada operación en la forma de par ordenado y binomial.

a. $(18 + 4i) + (-11 + 23i)$

b. $(2, 7) + (-13, 0)$

c. $(3i - 4) - (18 + 5i)$

d. $(2,5; 9,3) - (5,6; -4,2) + (7,4; 3)$

e. $(-22, 19) - (32, -16)$

f. $-(3,9 + 2i) + (7,5 - 3,7i) - (2,6 + 4,087i)$