INECUACIONES FRACCIONARIAS

LICEO JAVIERA CARRERA

TEUCO- PROF. ANGEL OTEIZA SOTO

TEOREMA IMPORTANTE

Observación simbológica:

$\wedge = y = \cap = intersección$

$\vee = o = \cup = unión$

En las dos formas del teorema, se aplica lo mismo cuando tenemos:

$\geq \quad y \quad \leq$

Si la fracción es positiva

$$\frac{a}{b} > 0 \quad \Longrightarrow a > 0 \ \wedge \ \ b > 0$$

$$\vee$$

$$a > 0 \ \wedge \ \ b > 0$$

Si la fracción es negativa

$$\frac{a}{b} < 0 \quad \Longrightarrow a > 0 \ \wedge \ \ b < 0$$

$$\vee$$

$$a < 0 \ \wedge \ \ b > 0$$

INECUACIÓN FRACCIONARIA

Podemos utilizar sistemas de inecuaciones lineales para resolver inecuaciones que no son lineales; por ejemplo, observa la siguiente inecuación que involucra una fracción:

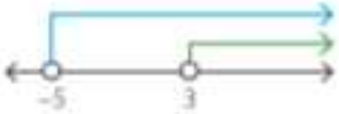
$$\frac{x-3}{5+x} > 0$$

Para que una fracción sea mayor que 0, debe cumplirse que tanto el numerador como el denominador sean positivos o negativos. Luego, tenemos los siguientes dos casos:

Caso 1: el numerador y el denominador son positivos, es decir:

$x - 3 > 0$ y $5 + x > 0$

$x > 3$ y $x > -5$



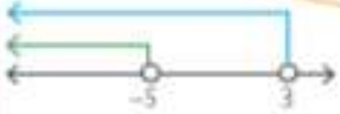
Luego, $S_1 =]3, +\infty[$

Caso 2: el numerador y el denominador son negativos, es decir:

$x - 3 < 0$ y $5 + x < 0$

$x < 3$ y $x < -5$

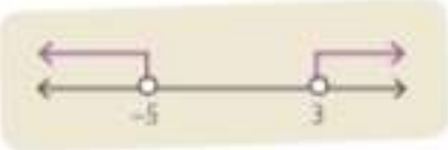
Como deben cumplirse ambas inecuaciones a la vez, la solución corresponde a la intersección de las soluciones de cada inecuación.



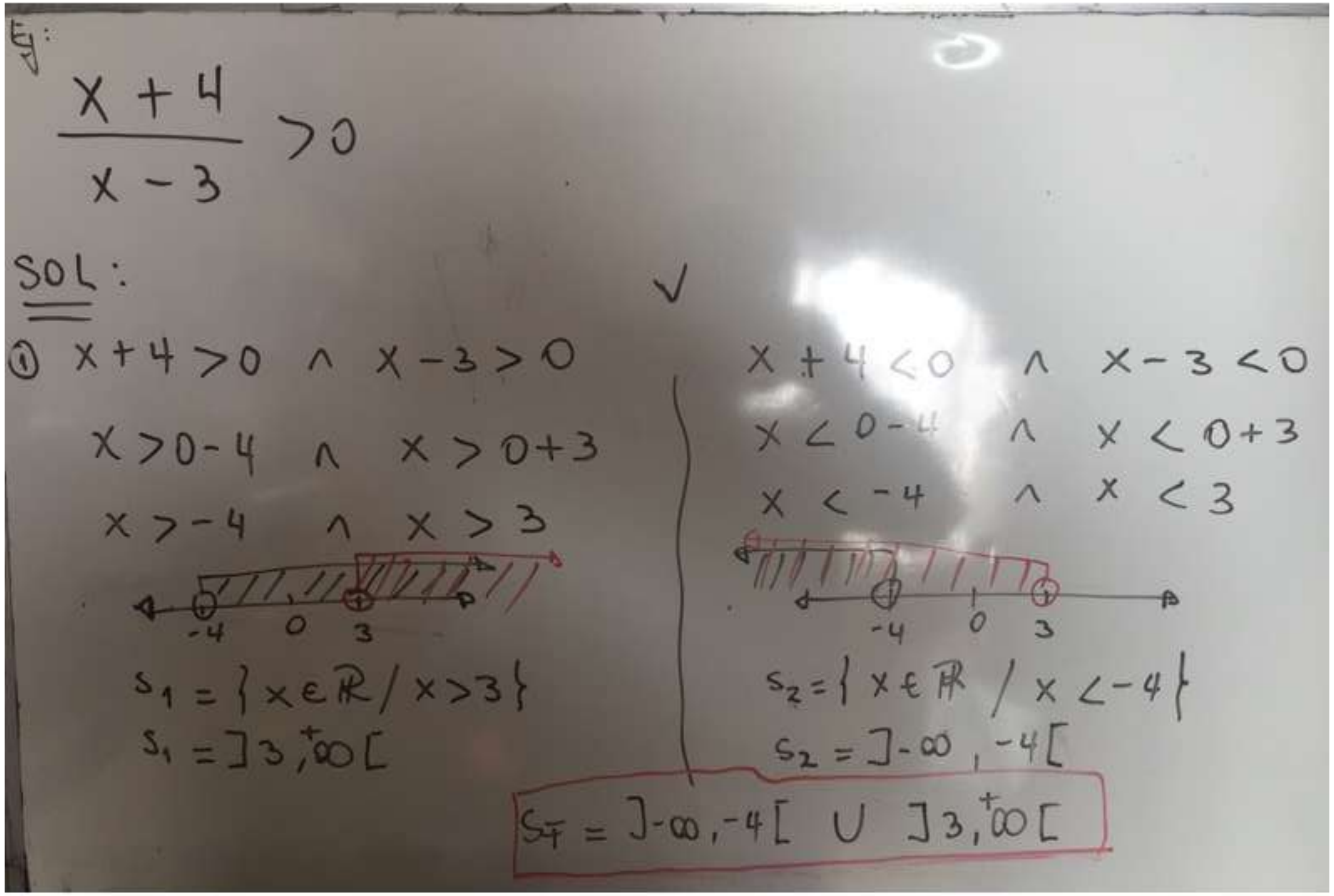
Luego, $S_2 =]-\infty, -5[$

Finalmente, como pueden darse cualquiera de los dos casos, la solución final de la inecuación corresponde a la unión entre S_1 y S_2, es decir:

$S = S_1 \cup S_2 =]-\infty, -5[\cup]3, +\infty[$

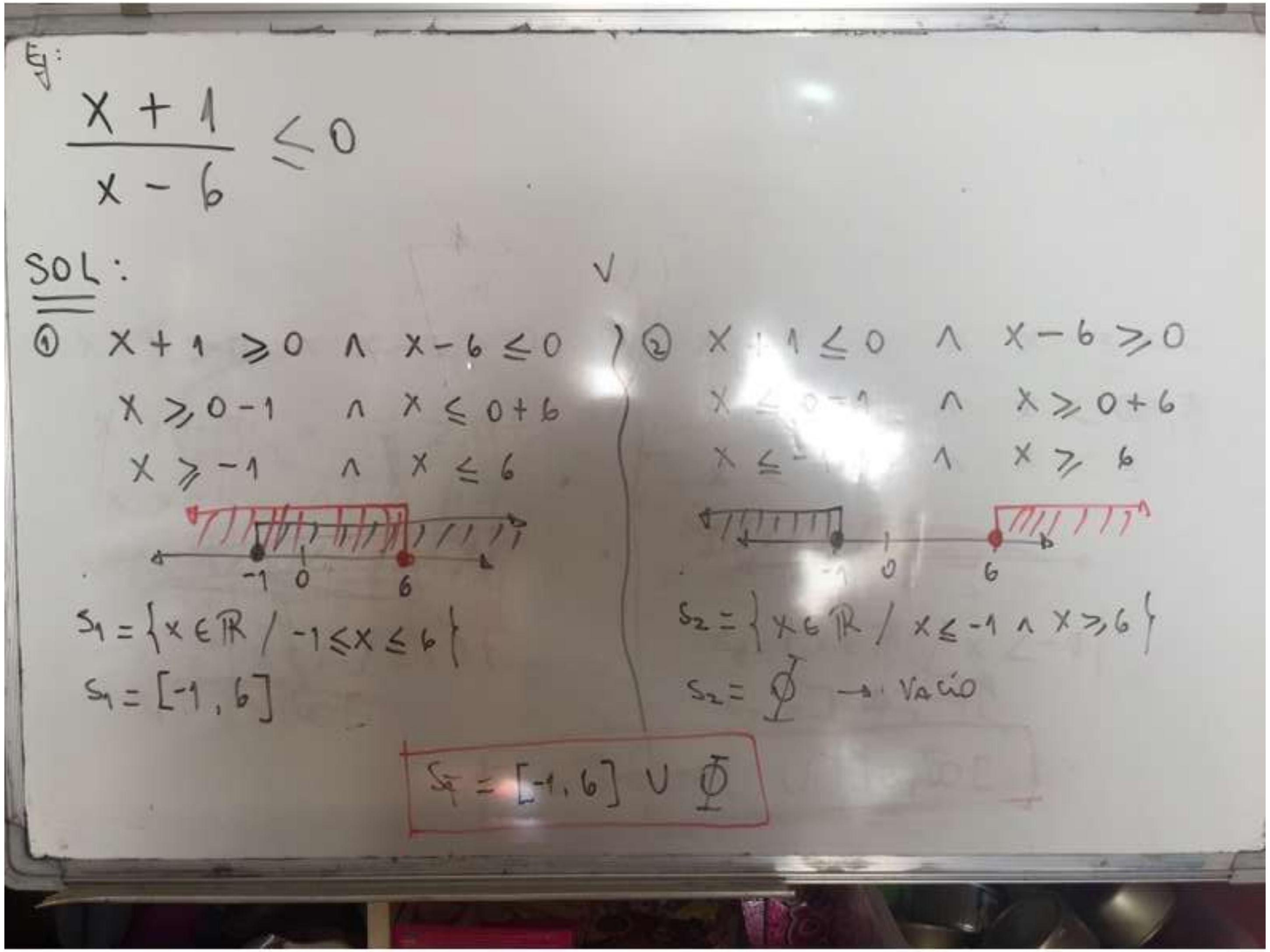


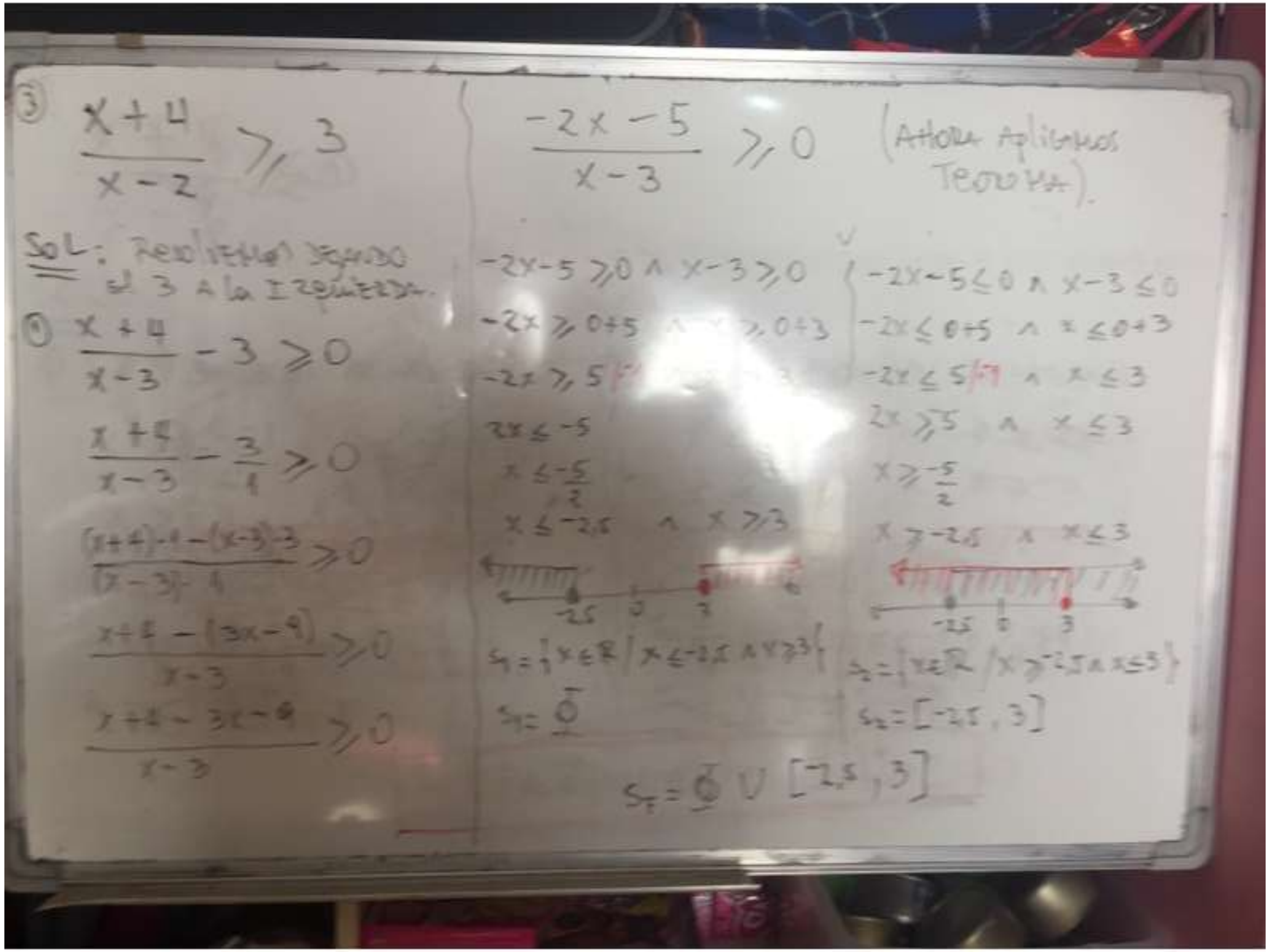
EJEMPLO 1



Ej:
$\frac{x+4}{x-3} > 0$
SOL:
① $x+4>0 \wedge x-3>0$
$x>0-4 \wedge x>0+3$
$x>-4 \wedge x>3$
-4 0 3
$S_1 = \{x \in \mathbb{R} / x>3\}$
$S_1 =]3, +\infty[$
$x+4<0 \wedge x-3<0$
$x<0-4 \wedge x<0+3$
$x<-4 \wedge x<3$
-4 0 3
$S_2 = \{x \in \mathbb{R} / x<-4\}$
$S_2 =]-\infty, -4[$
$S_T =]-\infty, -4[\cup]3, +\infty[$

EJEMPLO 2


Ej:
(x + 1)/(x − 6) ≤ 0
SOL:
① x + 1 ≥ 0 ∧ x − 6 ≤ 0
x ≥ 0 − 1 ∧ x ≤ 0 + 6
x ≥ −1 ∧ x ≤ 6
−1 0 6
S1 = {x ∈ ℝ / −1 ≤ x ≤ 6}
S1 = [−1, 6]
∨
② x + 1 ≤ 0 ∧ x − 6 ≥ 0
x ≤ 0 − 1 ∧ x ≥ 0 + 6
x ≤ −1 ∧ x ≥ 6
−1 0 6
S2 = {x ∈ ℝ / x ≤ −1 ∧ x ≥ 6}
S2 = ∅ → Vacío
ST = [−1, 6] ∪ ∅



EJEMPLO 3